

تأثیر پره‌های هادی بر ضریب دبی سرریزهای جانبی لبه‌تیز مستطیلی

سجاد سمیعی^{*}، منوچهر حیدرپور و سید سعید اخروی^۱

(تاریخ دریافت: ۱۳۹۳/۰۲/۱۹؛ تاریخ پذیرش: ۱۳۹۴/۰۵/۰۳)

چکیده

سرریزهای جانبی عمدتاً در شبکه‌های آبیاری و زهکشی و سیستم‌های جمع‌آوری فاضلاب جهت تنظیم جریان به کار گرفته می‌شوند. یک راه آسان جهت افزایش عملکرد سرریز جانبی استفاده از پره‌های هادی می‌باشد. در این پژوهش، تأثیر حضور پره‌های هادی بر روی ضریب دبی و دبی عبوری از روی سرریز جانبی لبه‌تیز مستطیلی بررسی شده است. از سرعت‌سنج ADV برای برداشت سرعت عمود بر تاج سرریز استفاده شده است. با استفاده از داده‌های سرعت، دبی عبوری المانی از روی تاج سرریز برای هر دو حالت با و بدون حضور پره‌های هادی بررسی شد. نتایج نشان داد برای هر دو حالت حضور و عدم حضور پره‌های هادی با افزایش عدد فرود، ضریب دبی و دبی عبوری از سرریز جانبی لبه‌تیز مستطیلی کاهش می‌یابد. همچنین مشخص گردید که با افزایش عدد فرود، پره‌های هادی تأثیر بیشتری بر افزایش ضریب دبی و دبی المانی عبوری از سرریز جانبی دارند. مطالعات این تحقیق نشان داد که دبی المانی در طول سرریز افزایش می‌یابد تا جایی که بیشترین دبی المانی از نزدیکی انتهای سرریز خارج می‌شود و با افزایش عدد فرود دبی عبوری المانی از سرریز کاهش می‌یابد. نتایج نشان داد که پره‌های هادی باعث افزایش ضریب دبی به‌طور متوسط تا ۳۲ درصد می‌شوند.

واژه‌های کلیدی: سرریز جانبی لبه‌تیز مستطیلی، پره‌های هادی، دبی عبوری المانی، عدد فرود

۱. گروه مهندسی آب، دانشکده کشاورزی، دانشگاه صنعتی اصفهان

*مسئول مکاتبات: پست الکترونیکی: didar1292@gmail.com

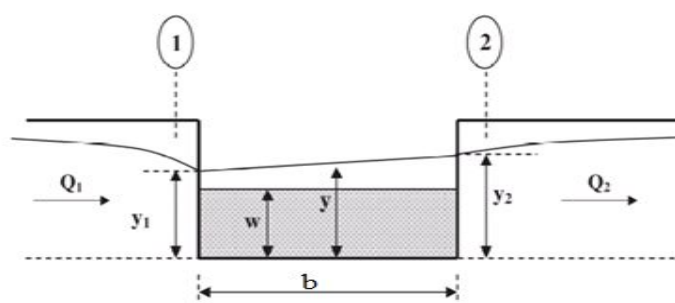
مقدمه

سرریز جانبی سازه ایست که در دیواره کانال نصب می شود و هرگاه سطح آب از سطح سرریز بالاتر رود، قسمتی از جریان توسط سرریز جانبی به خارج از کانال انتقال می یابد. از این نوع سازه برای مقاصدی همچون انتقال آب، انحراف سیلاب و کنترل دبی در کانال و رودخانه استفاده می شود. تا سال ۱۹۳۴ مطالعات کمی بر روی سرریز جانبی صورت پذیرفت. بدین منظور دی مارچی (۷) در این سال با بررسی سرریزهای جانبی، پایه و اساس مطالعات بعدی روی سرریزهای جانبی را شکل داد. با توجه به این که مرکز کانال بالادست سرریز، بهترین محل برای اندازه گیری عمق جریان می باشد، مطالعات نشان داده است که سرعت طولی بر روی تاج سرریز جانبی به مراتب بزرگ تر از سرعت میانگین کانال است (۸). با تحقیقات صورت گرفته روی سرریز جانبی در شرایط زیربحرانی مشخص شده است که طول مؤثر سرریز جانبی ۵ سانتی متر از طول واقعی آن کمتر می باشد (۱۱). عمق جریان، سرعت بالادست، جهت سرعت خروجی و شکل کانال از مهم ترین پارامترهای مؤثر بر رفتار هیدرولیکی سرریزهای جانبی است. برای تعیین شدت جریان در سرریزهای جانبی از معادله عمومی سرریزها استفاده می شود و به منظور تعدیل جریان جانبی، می توان فاکتورهای تصحیحی را به معادله اضافه نمود (۹). معادله دیفرانسیلی جریان متغیر مکانی با کاهش دبی بر اساس عدد فروود موضعی، شیب کانال و ضریب زبری مانینگ بازنویسی شده است (۱۳). با استفاده از معادله مومتم، مدلی ریاضی برای تعیین پروفیل سطح آب و مقدار جریان در سرریزهای لبه پهن جانبی و در شرایط ماندگار پیشنهاد شده است (۶). تاثیر خصوصیات هیدرولیکی جریان، شکل کانال و سرریز بر جریان عبوری از روی سرریزهای لبه تیز مستطیلی در شرایط زیر بحرانی نشان داده است که تأثیر شیب کانال بر روی ضریب دبی سرریزهای جانبی ناچیز می باشد (۴). مطالعاتی نیز روی سرریزهای جانبی نصب شده بر کانال های دایره ای انجام گرفته است. با در نظر گیری تنظیم شرایط جریان به گونه ای که جریان در

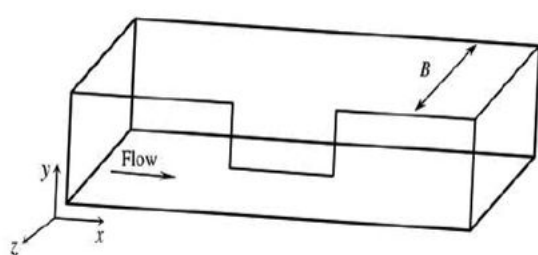
بالادست زیربحرانی و در طول سرریز فوق بحرانی باشد و با اندازه گیری دبی جزئی در طول تاج مشخص شد که شدت جریان در کانال اصلی با افزایش نسبت x/d کاهش می یابد (d قطر کانال دایره ای و x فاصله طولی از ابتدای سرریز می باشد) (۱۰).

یکی از روش های مهم جهت افزایش دبی روی سرریزهای جانبی استفاده از پره های هادی می باشد. پره های هادی با ایجاد نیروی مومتم در مسیر جریان و ایجاد افت انرژی باعث انحراف بیشتر آب به سمت سرریز جانبی می شوند. بررسی سرریزهای جانبی در حضور پره های هادی و شرایط فوق بحرانی مشخص نموده است که پره های هادی باعث انحراف بیشتر جریان به سمت سرریزهای جانبی می شوند و در جریان های با مقدار کم، تأثیر پره های هادی قابل ملاحظه است (۵). تأثیر پره های هادی و گروه شمع روی سرریزهای جانبی نوک اردکی نشان داده است که استفاده از پره های هادی و گروه شمع سبب افزایش ضریب دبی تا ۳۰ درصد خواهد شد. همچنین در حالت حضور پره های هادی در انتهای سرریز بیشترین افزایش ضریب دبی حاصل می شود. نتایج نشان داده است که با نصب پره های هادی در انتهای سرریز نسبت به حالت های دیگر قرارگیری پره های هادی، جریان بیشتری به سمت سرریز منحرف می گردد (۲). نتایج بررسی خصوصیات جریان روی سرریزهای جانبی لبه تیز مستطیلی نشان داد که سرعت عمود بر سرریز جانبی در طول سرریز افزایش می یابد و بیشترین دبی المانی عبوری از سرریز از انتهای سرریز عبور می کند. آنالیز سه بعدی سرعت نشان داده است که با نزدیک شدن جریان به انتهای سرریز جانبی لبه تیز، رفتار سرریز جانبی به سرریز نرمال نصب شده به صورت عمود بر جهت جریان، نزدیک تر می شود (۳).

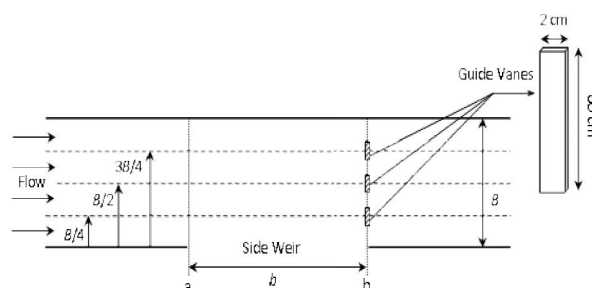
هدف اصلی این تحقیق، بررسی خصوصیات جریان بر روی سرریز جانبی لبه تیز مستطیلی در حضور پره های هادی در انتهای سرریز جانبی (مؤثرترین نحوه قرار گیری پره های هادی) و ارائه روابط به دست آمده برای محاسبه ضریب دبی و دبی



شکل ۱. نمای سرریز جانبی



شکل ۳. نمای سرعت‌های برداشت شده در جهت z



شکل ۲. آرایش قرارگیری پره‌ها در انتهای سرریز جانبی

جدول ۱. خصوصیات مدل و شرایط انجام آزمایشات

عرض سرریز (b)	ارتفاع سرریز (w)	فرود بالادست (Fr ₁)	دبی بالادست Q
۳۰-۴۰ (cm)	۱۵، ۱۰، ۵ (cm)	۰/۱-۰/۷۵	۷-۴۵ (l/s)

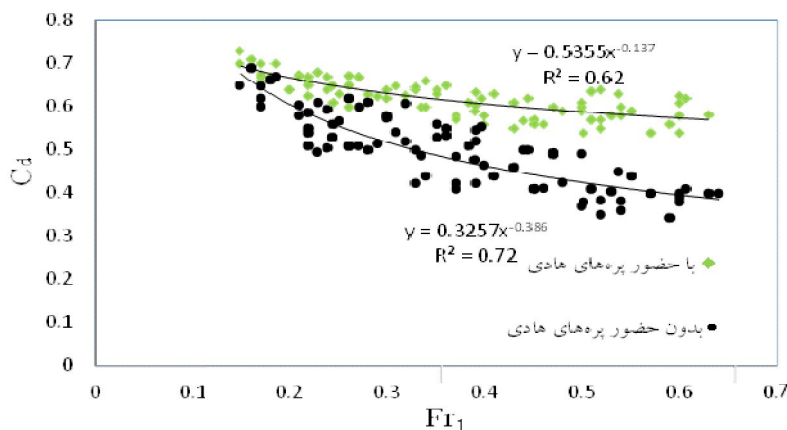
کانال می‌باشد. حالات قرارگیری صفحات هادی در شکل ۲ نشان داده شده است. برای انجام آزمایشات به علت اجتناب از به وجود آمدن جریان برگشتی از ۳ پره هادی به عرض ۲ سانتی‌متر (مجموع عرض‌ها ۶ سانتی‌متر) در کانال استفاده شده است.

برای تمام آزمایشات صورت گرفته شرایط جریان ماندگار ایجاد شده است. دبی عبوری از بالا دست سرریز به وسیله یک دبی سنج الکترومغناطیس با دقت ۵ درصد اندازه‌گیری شد. برای کنترل عمق آب و دبی عبوری از پایین دست سرریز از دریچه کشویی در پایین دست سرریز استفاده شد و نهایتاً دبی عبوری از سرریز با تفریق مقدار دبی در بالا دست و پایین دست از هم به دست آورده شد. در تمام آزمایشات، شرایط

عبوری از سرریز جانبی لبه تیز مستطیلی در هر دو حالت حضور و عدم حضور پره‌های هادی می‌باشد.

مواد و روش‌ها

آزمایشات در کانالی از جنس پلاستیکی گلاس با طول ۸ متر، عرض ۴۰ سانتی‌متر و ارتفاع ۶۰ سانتی‌متر انجام گرفت. سرریزها از پلاستیکی گلاس ساخته شدند و به تمام لبه‌ها زاویه ۶۰ درجه داده شد. سرریزها در فاصله ۴/۵ متری از ابتدای کانال نصب شدند. شکل ۱ نمایی از یک سرریز جانبی لبه تیز مستطیلی را نشان می‌دهد. جدول ۱ خصوصیات مدل و شرایط آزمایش را برای تمام حالات قرارگیری پره‌های هادی نشان می‌دهد. Fr₁ عدد فرود بالا دست، b عرض سرریز و B عرض



شکل ۴. تغییرات ضریب دبی با عدد فرود بالادست در شرایط زیر بحرانی

تعیین ضریب دبی در سرریزهای جانبی لبه‌تیز مستطیلی با استفاده از رابطه عمومی سرریزها

در این تحقیق برای تعیین ضریب دبی از رابطه عمومی سرریزها (معادله ۱) استفاده شده است:

$$Q = \frac{2}{3} C_d \sqrt{2gH_1^3} \quad [1]$$

که در آن: Q : دبی در واحد عرض سرریز جانبی، لیتر بر ثانیه، H_1 : ارتفاع آب روی سرریز، سانتی متر و C_d : ضریب دبی، بدون بعد می‌باشد.

مطالعات آزمایشگاهی نشان داده است که ضریب دبی بیشترین وابستگی را با عدد فرود بالادست به صورت برازش توانی دارد. همچنین از عوامل دیگر مانند عرض سرریز جانبی، شیب کف، لزجت دینامیکی، ارتفاع سرریز و عرض کانال به علت تأثیر کم می‌توان صرف نظر نمود (۱). مطابق شکل ۴ در هر دو حالت سرریز بدون حضور پره‌های هادی و سرریز با حضور پره‌های هادی (به ترتیب معادلات ۲ و ۳) ضریب C_d با عدد فرود دارای رابطه توانی به صورت زیر می‌باشد:

$$C_d = 0.32 (Fr_1)^{-0.38} \quad [2]$$

$$RMSE = R^2 = 0.72$$

$$RMSE = 0.44$$

$$C_d = 0.53 (Fr_1)^{-0.13} \quad [3]$$

$$RMSE = R^2 = 0.62$$

$$RMSE = 0.29$$

رابطه‌های ۲ و ۳ به ترتیب برای محاسبه ضریب دبی سرریز بدون و در حضور پره‌های هادی می‌باشد. همان‌طور که در

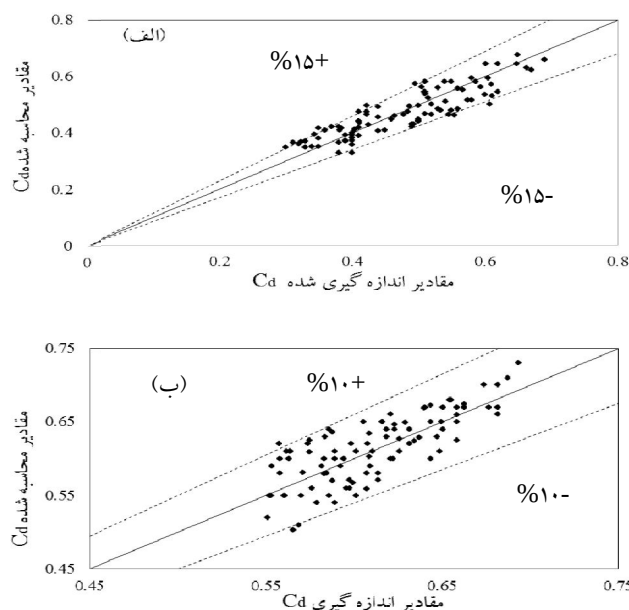
زیربحرانی بوده است و عمق آب در محور مرکزی کانال و روی تاج سرریز به وسیله عمق سنج اندازه گرفته شد. به منظور محاسبه دبی عبوری از هر المان سرریز، سرعت عمود بر تاج سرریز که سرعت در جهت z می‌باشد (شکل ۳)، توسط سرعت سنج ADV مدل Vectrino+ با دقت $\pm 0.5\%$ درصد اندازه‌گیری شد. سرعت سنج عمود بر سرریز جانبی و در فاصله ۵/۵ سانتی متری از سرریز جانبی وصل شد.

شروع و پایان برداشت داده‌ها از فاصله ۲/۵ سانتی متری از ابتدا و انتهای سرریز در نظر گرفته و فاصله طولی بین نقاط ۵ سانتی متر در نظر گرفته شد. فاصله عمودی بین نقاط بسته به عمق آب به فواصل ۱ یا ۵/۵ سانتی متری در نظر گرفته شد. مدت داده‌برداری برای هر نقطه روی ۲ دقیقه و فرکانس دستگاه بر روی ۲۰۰ هرتز تنظیم شد.

نتایج و بحث

برآورد ضریب دبی سرریزهای جانبی لبه‌تیز مستطیلی

از مهمترین موضوعات مطرح در زمینه سرریزهای جانبی، برآورد و تخمین جریان عبوری از این سازه‌ها می‌باشد. با استفاده از داده‌های آزمایشگاهی، دو روش متفاوت برای تخمین دبی عبوری از روی سرریزهای جانبی مستطیلی لبه‌تیز در دو حالت با و بدون حضور پره‌های هادی بیان شده است.



شکل ۵. مقایسه روابط تخمینی با مقادیر اندازه‌گیری شده (الف) بدون حضور پره‌ها (ب) با حضور پره‌ها

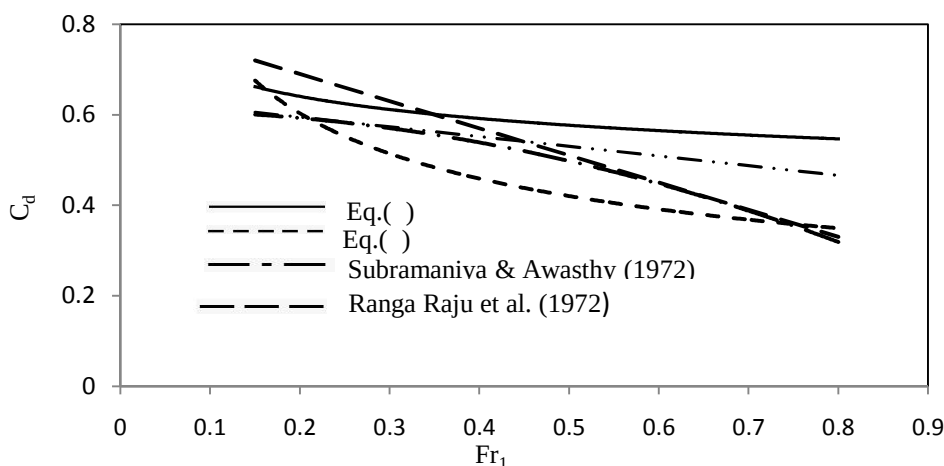
وجود این‌که روابط ۲ و ۳ نشان دهنده تغییرات ضریب C_d با عدد فرود بالادست می‌باشد و سایر روابط تغییرات ضریب دبی دی‌مارچی C_M را با Fr_1 نشان می‌دهد، تطابق نزدیکی بین آنها مشاهده می‌شود.

تخمین دبی عبوری از سرریزهای جانبی لبه تیز مستطیلی با استفاده از متوسط سرعت‌ها

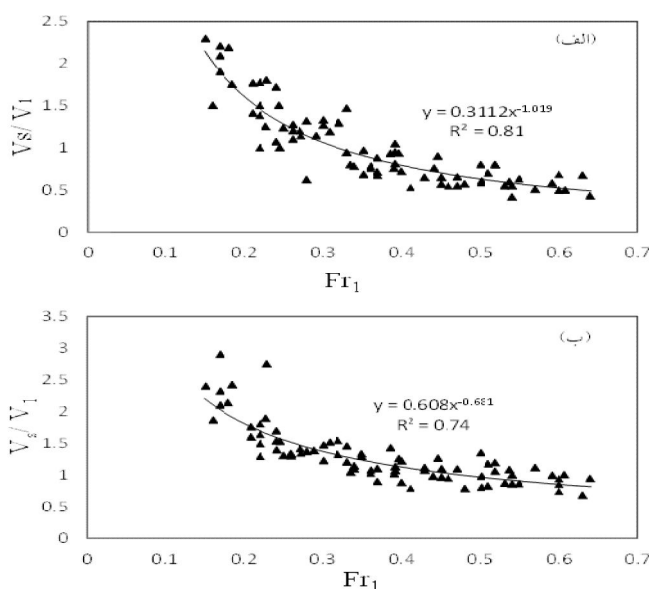
در این بخش دبی عبوری از سرریز جانبی با استفاده از متوسط سرعت در کانال بالادست و متوسط سرعت روی سرریز تخمین زده شده است. معمولاً به منظور سهولت محاسبات، میزان سرعت را با مقدار متوسط آن و به صورت $\bar{V}_1 = Q_1 / (By_1)$ بیان می‌کنند. Q_1 ، y_1 و B به ترتیب نشان دهنده دبی در بالادست سرریز جانبی، ارتفاع آب بالادست سرریز جانبی و عرض کانال می‌باشد. سرعت روی سرریز جانبی سرعت متوسط جت خروجی بوده و از رابطه $\bar{V}_s = Q_s / (bh_1)$ محاسبه می‌شود. Q_s ، b و h_1 به ترتیب دبی عبوری از روی سرریز جانبی، عرض سرریز جانبی و ارتفاع آب روی تاج سرریز جانبی در ابتدای سرریز می‌باشد. شکل ۷، تغییرات نسبت $\bar{V}_s / \bar{V}_1$ را با عدد فرود بالادست برای هر دو حالت با و بدون حضور پره‌های

شکل ۴ مشاهده می‌شود درحالت سرریز بدون حضور پره‌های هادی ضریب دبی C_d با افزایش عدد فرود کاهش می‌یابد. این امر بدین علت است که با افزایش عدد فرود، جریان فرصت کمتری برای خروج از سرریز جانبی پیدا می‌کند و در نتیجه ضریب C_d کاهش می‌یابد. همچنین در حالت حضور پره‌های هادی، ضریب C_d نسبت به حالت قبل افزایش پیدا می‌کند، که این افزایش در اعداد فرود پایین کم و با افزایش عدد فرود ضریب دبی نسبت به حالت سرریز بدون حضور پره‌های هادی افزایش بیشتری می‌یابد. زیرا صفحات هادی باعث ایجاد مومنتم اضافی بر جریان و افزایش افت انرژی و در نتیجه افزایش دبی و ضریب دبی می‌شود. بررسی داده‌ها نشان داد که استفاده از پره‌های هادی ضریب دبی را به طور متوسط تا ۳۲ درصد افزایش می‌دهد. شکل ۵، درصد خطای مقادیر اندازه‌گیری شده و مقادیر محاسبه شده از رابطه‌های ۲ و ۳ را نشان می‌دهد. با توجه به شکل ۵ برای حالت بدون حضور پره‌های هادی اکثر داده‌ها در محدوده خطای $\pm 15\%$ درصد و برای حالت حضور پره‌های هادی بین $\pm 10\%$ درصد می‌باشند.

شکل ۶ نتایج حاصل از روابط ۲ و ۳ را با روابط سابرامانیا و آواستی (۱۲) و رانگراجو و همکاران (۱۱) نشان می‌دهد. با



شکل ۶. تغییرات ضریب دبی با عدد فرود بالادست



شکل ۷. تغییرات نسبت V_s/V_1 با عدد فرود بالا دست (الف) سرریز بدون حضور پره‌ها، (ب) سرریز در حضور پره‌ها

$$Q_s = 0.31 Fr_1^{-1/0.19} \bar{V}_1 b h_1 \quad [6]$$

$$Q_s = 0.608 Fr_1^{-0/68} \bar{V}_1 b h_1 \quad [7]$$

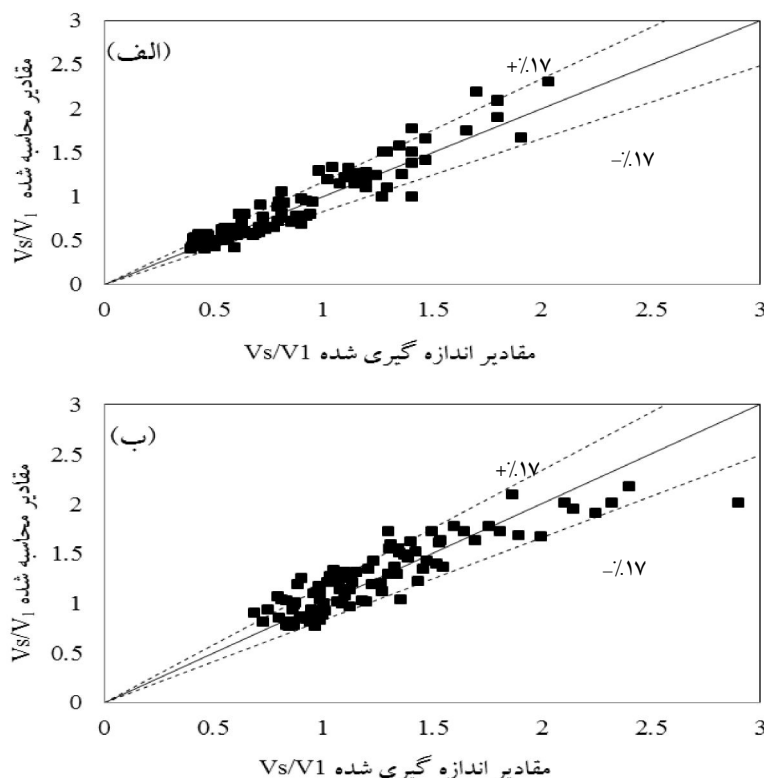
رابطه‌های ۶ و ۷ برای محاسبه دبی عبوری از روی سرریز به ترتیب در دو حالت بدون و با استفاده از صفحات هادی می‌باشد. همان‌طور که در شکل (۷-ب) دیده می‌شود در اعداد فرود مختلف نسبت $\bar{V}_s/\bar{V}_1$ در حالت حضور پره‌های هادی بیشتر از حالت سرریز بدون حضور پره‌ها می‌باشد. دلیل وقوع این حالت، افزایش $\bar{V}_s$ در حالت حضور پره‌های

هادی نشان می‌دهد. با توجه به شکل ۷، رابطه‌های ۴ و ۵ به دست آمده است.

$$\frac{\bar{V}_s}{\bar{V}_1} = 0.31 Fr_1^{-1/0.19} \quad [4]$$

$$\begin{aligned} R^2 &= 0.81 \\ RMSE &= 0.18 \\ \frac{\bar{V}_s}{\bar{V}_1} &= 0.608 Fr_1^{-0/68} \\ R^2 &= 0.74 \\ RMSE &= 0.22 \end{aligned} \quad [5]$$

با ضرب دو طرف معادلات ۴ و ۵ در $\bar{V}_1$ ، b و h_1 معادلات ۶ و ۷ جهت محاسبه دبی عبوری از سرریز جانبی به دست می‌آید.



شکل ۸. مقایسه روابط تخمینی و مقادیر اندازه‌گیری شده (الف) - سرریز بدون حضور پره‌ها (ب) - سرریز در حضور پره‌ها

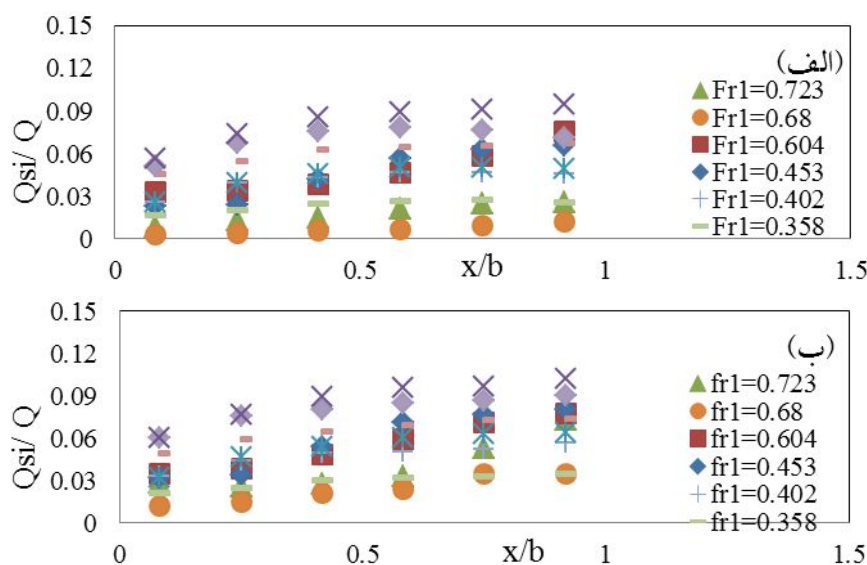
سرریز به طول ۳۰ سانتی‌متر را برای هر دو حالت سرریز، با و بدون حضور پره‌های هادی نشان می‌دهد. مطابق این شکل با نزدیک شدن به انتهای سرریز میزان دبی عبوری از هر المان سرریز افزایش می‌یابد. علت وقوع این پدیده، افزایش مقدار سرعت عمود بر سرریز (سرعت در جهت z) در طول سرریز می‌باشد. در نتیجه این عامل، دبی عبوری بیشتری از قسمت‌های انتهایی سازه انتقال می‌یابد. در این شکل Q دبی بالادست و Q_{Si} دبی المانی عبوری از سرریز جانبی، x فاصله از ابتدای سرریز جانبی و b عرض سرریز جانبی است.

بامقایسه شکل (۹-الف) و (۹-ب) مشخص می‌شود که در اعداد فرود بالاتر میزان افزایش دبی در حالت حضور پره‌های هادی بیشتر می‌شود. علت وقوع این پدیده همانطور که قبلاً توضیح داده شد، افزایش موتمن وارد بر جریان و افزایش افت انرژی همزمان با افزایش عدد فرود و در نتیجه انحراف بیشتر جریان به سمت سرریز جانبی می‌باشد.

هادی می‌باشد. زیرا پره‌های هادی باعث افزایش نیروی موتمن وارد بر جریان، افزایش افت انرژی و در نتیجه انحراف بیشتر جریان به سمت سرریز جانبی می‌شود. با انحراف بیشتر جریان به سمت سرریز جانبی سرعت جت خروجی از سرریز ($\bar{V}_s$) نیز بیشتر می‌شود. در شکل ۸ مشخص می‌شود که تغییرات مقادیر محاسبه شده از فرمول‌های ۴ و ۵ در مقابل مقادیر به‌دست آمده در محدوده خطای ۱۷ درصد می‌باشد. با تنظیم ADV بر روی تاج سرریز و برداشت پروفیل‌های سرعت در طول تاج مقادیر اندازه‌گیری شده $\bar{V}_s / \bar{V}_1$ به‌دست آمد.

تغییرات المانی دبی در طول تاج سرریز

برای محاسبه دبی در طول تاج سرریز، طول تاج به المان‌های ۵ سانتی‌متری تقسیم‌بندی شد. سپس با انتگرال‌گیری از نیم‌رخ‌های سرعت به‌دست آمده در راستای z ، دبی برای هر المان ۵ سانتی‌متری محاسبه گردید. شکل ۹، دبی عبوری از هر المان



شکل ۹. تغییرات دبی از هر المان سرریز ۳۰ سانتی متری الف) سرریز بدون حضور پره‌ها

ب) سرریز در حضور پره‌ها

نتیجه‌گیری

بررسی‌ها نشان داد که با افزایش عدد فرود تأثیر پره‌ها در افزایش ضریب دبی بیشتر می‌گردد. روابط ۶ و ۷ برای محاسبه دبی عبوری از روی سرریز با استفاده از متوسط سرعت‌ها در بالادست سرریز و در روی سرریز با دقت بالا به‌دست آمد. مطالعات، تغییرات دبی در طول تاج سرریز جانبی نشان داد که در هر دو حالت با و بدون حضور پره‌های هادی با نزدیک شدن به انتهای سرریز میزان دبی عبوری از هر المان سرریز افزایش می‌یابد. نتایج نشان داد که با افزایش عدد فرود تأثیر پره‌ها در افزایش دبی المانی بیشتر می‌شود.

در این تحقیق ضریب دبی در دو حالت سرریز با و بدون حضور پره‌های هادی بررسی شد و با استفاده از رابطه عمومی سرریزها روابط ۲ و ۳ برای محاسبه ضریب دبی با دقت نسبتاً بالا به‌دست آمد. در این روش ضریب دبی سرریز جانبی به‌عنوان تابعی از عدد فرود بالادست بیان شد. بررسی نتایج نشان داد که پره‌های هادی به‌طور متوسط باعث افزایش ضریب دبی به‌میزان ۳۲ درصد می‌شوند. نتایج نشان داد که ضریب دبی (C_d) در حالت حضور پره‌های هادی نسبت به حالت بدون حضور پره‌های هادی افزایش پیدا می‌کند.

منابع مورد استفاده

۱. باقری، س. ۱۳۹۰. بررسی خصوصیات جریان در سرریز جانبی و نرمال لبه‌تیز مستطیلی. پایان‌نامه کارشناسی ارشد مهندسی آب، دانشکده کشاورزی، دانشگاه صنعتی اصفهان.
۲. کبیری سامانی، ا. ح. اسماعیلی و م. حیدرپور. ۱۳۸۹. افزایش راندمان سرریزهای جانبی ساده با استفاده از پره‌های هادی یا گروه شمع، مجله آب و فاضلاب ۱۰۱: ۱-۱۳.
3. Bagheri, S and M. Heidarpour. 2011. Characteristics of flow over rectangular sharp-crested side weir. J. Irrig. Drain. Eng. 138(6):541-547.
4. Borghei, S. M., M. R. Jalili and M. Ghodsian. 1999. Discharge coefficient for sharp-crested side weirs in subcritical flow. J. Hydraul. Eng. 125(10): 1051-1056.

5. Coonrod, J., J. Ho and N. Bernardo. 2009. Lateral outflow from supercritical channels. Proceedings of 33th IAHR Congress, Water Engineering for a Sustainable Environment, 9-14 August, Vancouver, British Columbia, Canada.
6. Das, A. 1997. Spatially varied flow over an embankment side weir. J. Irrig. Drain. Eng., ASCE 123: 314-317.
7. De Marchi, G. 1934. Saggio di teoriadelfunzionamentedeglistramazzilaterali (Essay on the Performance of Lateral Weirs). L'EnergiaElectrica, Milano, Italy. 11(11): 849-860.
8. El-Khashab, A and K.V.H. Smith. 1976. Experimental investigation of flow over side weirs. J. Hydraul. Division. 102(9): 1255-1268.
9. Hagar, W. H. 1987. Lateral out flow over side weirs. J. Hydraul. Eng. 113: 405-491.
10. Oliveto, G., V. Biggiero and M. Fiorentino. 2001. Hydraulic features of supercritical flow along prismatic side weirs. J. Hydraul. Res. 39: 73-82.
11. RangaRaju, K. G., B. Prasad and S. K. Gupta. 1979. Side weirs in rectangular channels. J. Hydraul. Division. 105(5): 547-554.
12. Subramanya, K and S. C. Awasthy. 1972. Spatially varied flow over side weirs. J. Hydraul. Division. 98(1): 1-10.
13. Swamee, P. K., S. K. Pathak and M. S. Ali. 1994. Side weir analysis using elementary discharge coefficient. J. Irrig. Drain. Eng. 120: 742-755.