

تأثیر پره‌های هادی بر ضریب دبی سرریزهای جانبی لبه‌تیز مستطیلی

سجاد سمیعی^{*}، منوچهر حیدرپور و سید سعید اخروی^۱

(تاریخ دریافت: ۱۳۹۳/۰۲/۱۹؛ تاریخ پذیرش: ۱۳۹۴/۰۵/۰۳)

چکیده

سرریزهای جانبی عمده‌تاً در شبکه‌های آبیاری و زهکشی و سیستم‌های جمع‌آوری فاضلاب جهت تنظیم جریان به کار گرفته می‌شوند. یک راه آسان جهت افزایش عملکرد سرریز جانبی استفاده از پره‌های هادی می‌باشد. در این پژوهش، تأثیر حضور پره‌های هادی بر روی ضریب دبی و دبی عبوری از روی سرریز جانبی لبه‌تیز مستطیلی بررسی شده است. از سرعت سنج ADV برای برداشت سرعت عمود بر تاج سرریز استفاده شده است. با استفاده از داده‌های سرعت، دبی عبوری المانی از روی تاج سرریز برای هر دو حالت با و بدون حضور پره‌های هادی بررسی شد. نتایج نشان داد هر دو حالت حضور و عدم حضور پره‌های هادی با افزایش عدد فرود، ضریب دبی و دبی عبوری از سرریز جانبی لبه‌تیز مستطیلی کاهش می‌یابد. همچنین مشخص گردید که با افزایش عدد فرود، پره‌های هادی تأثیر بیشتری بر افزایش ضریب دبی و دبی المانی عبوری از سرریز جانبی دارند. مطالعات این تحقیق نشان داد که دبی المانی در طول سرریز افزایش می‌یابد تا جایی که بیشترین دبی المانی از نزدیکی انتهای سرریز خارج می‌شود و با افزایش عدد فرود دبی عبوری المانی از سرریز کاهش می‌یابد. نتایج نشان داد که پره‌های هادی باعث افزایش ضریب دبی به‌طور متوسط تا ۳۲ درصد می‌شوند.

واژه‌های کلیدی: سرریز جانبی لبه‌تیز مستطیلی، پره‌های هادی، دبی عبوری المانی، عدد فرود

۱. گروه مهندسی آب، دانشکده کشاورزی، دانشگاه صنعتی اصفهان

*مسئول مکاتبات: پست الکترونیکی: didar1292@gmail.com

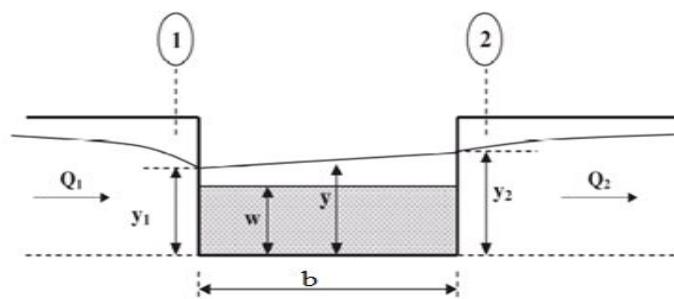
مقدمه

بالادست زیربحرانی و در طول سرریز فوقبحرانی باشد و با اندازه‌گیری دبی جزئی در طول تاج مشخص شد که شدت جریان در کanal اصلی با افزایش نسبت x/d کاهش می‌یابد (d قطر کanal دایره‌ای و x فاصله طولی از ابتدای سرریز می‌باشد) (۱۰).

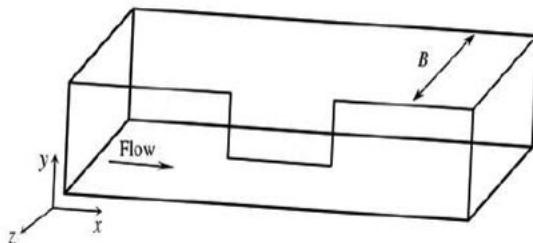
یکی از روش‌های مهم جهت افزایش دبی روی سرریزهای جانبی استفاده از پره‌های هادی می‌باشد. پره‌های هادی با ایجاد نیروی مومنتم در مسیر جریان و ایجاد افت انرژی باعث انحراف بیشتر آب به سمت سرریز جانبی می‌شوند. بررسی سرریزهای جانبی در حضور پره‌های هادی و شرایط فوقبحرانی مشخص نموده است که پره‌های هادی باعث انحراف بیشتر جریان به سمت سرریزهای جانبی می‌شوند و در جریان‌های با مقدار کم، تأثیر پره‌های هادی قابل ملاحظه است (۵). تأثیر پره‌های هادی و گروه شمع روی سرریزهای جانبی نوکاردنی نشان داده است که استفاده از پره‌های هادی و گروه شمع سبب افزایش ضریب دبی تا ۳۰ درصد خواهد شد. همچنین در حالت حضور پره‌های هادی در انتهای سرریز بیشترین افزایش ضریب دبی حاصل می‌شود. نتایج نشان داده است که با نصب پره‌های هادی در انتهای سرریز نسبت به حالت‌های دیگر قرارگیری پره‌های هادی، جریان بیشتری به سمت سرریز منحرف می‌گردد (۲). نتایج بررسی خصوصیات جریان روی سرریزهای جانبی لبه‌تیز مستطیلی نشان داد که سرعت عمود بر سرریز جانبی در طول سرریز افزایش می‌یابد و بیشترین دبی المانی عبوری از سرریز از انتهای سرریز عبور می‌کند. آنالیز سه‌بعدی سرعت نشان داده است که با تزدیک شدن جریان به انتهای سرریز جانبی لبه تیز، رفتار سرریز جانبی به سرریز نرمال نصب شده به صورت عمود بر جهت جریان، نزدیک‌تر می‌شود (۳).

هدف اصلی این تحقیق، بررسی خصوصیات جریان برروی سرریز جانبی لبه‌تیز مستطیلی در حضور پره‌های هادی در انتهای سرریز جانبی (مؤثرترین نحوه قرار گیری پره‌های هادی) و ارائه روابط به دست آمده برای محاسبه ضریب دبی و دبی

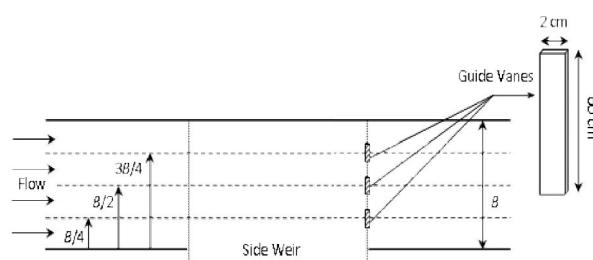
سرریز جانبی سازه ایست که در دیواره کanal نصب می‌شود و هرگاه سطح آب از سطح سرریز بالاتر رود، قسمتی از جریان توسط سرریز جانبی به خارج از کanal انتقال می‌یابد. این نوع سازه برای مقاصدی همچون انتقال آب، انحراف سیلان و کتلر در کanal و رودخانه استفاده می‌شود. تا سال ۱۹۳۴ مطالعات کمی برروی سرریز جانبی صورت پذیرفت. بدین‌منظور دی‌مارچی (۷) در این سال با بررسی سرریزهای جانبی، پایه و اساس مطالعات بعدی روی سرریزهای جانبی را شکل داد. با توجه به این که مرکز کanal بالادست سرریز، بهترین محل برای اندازه‌گیری عمق جریان می‌باشد، مطالعات نشان داده است که سرعت طولی برروی تاج سرریز جانبی به مراتب بزرگ‌تر از سرعت میانگین کanal است (۸). با تحقیقات صورت گرفته روی سرریز جانبی در شرایط زیربحرانی مشخص شده است که طول مؤثر سرریز جانبی ۵ سانتی‌متر از طول واقعی آن کمتر می‌باشد (۱۱). عمق جریان، سرعت بالادست، جهت سرعت خروجی و شکل کanal از مهم‌ترین پارامترهای مؤثر بر رفتار هیدرولیکی سرریزهای جانبی است. برای تعیین شدت جریان در سرریزهای جانبی از معادله عمومی سرریزها استفاده می‌شود و به‌منظور تعدیل جریان جانبی، می‌توان فاکتورهای تصحیحی را به معادله اضافه نمود (۹). معادله دیفرانسیلی جریان متغیر مکانی با کاهش دبی براساس عدد فرود موضعی، شبک کanal و ضریب زیری مانینگ بازنویسی شده است (۱۳). با استفاده از معادله مومنتم، مدلی ریاضی برای تعیین پروفیل سطح آب و مقدار جریان در سرریزهای لبه پهن جانبی و در شرایط ماندگار پیشنهاد شده است (۶). تأثیر خصوصیات هیدرولیکی جریان، شکل کanal و سرریز بر جریان عبوری از روی سرریزهای لبه‌تیز مستطیلی در شرایط زیربحرانی نشان داده است که تأثیر شبک کanal بر روی ضریب دبی سرریزهای جانبی ناچیز می‌باشد (۴). مطالعاتی نیز روی سرریزهای جانبی نصب شده بر کanal‌های دایره‌ای انجام گرفته است. با درنظرگیری تنظیم شرایط جریان به گونه‌ای که جریان در



شکل ۱. نمای سرریز جانبی



شکل ۳. نمای سرعت‌های برداشت شده در جهت z



شکل ۲. آرایش قرارگیری پره‌ها در انتهای سرریز جانبی

جدول ۱. خصوصیات مدل و شرایط انجام آزمایشات

عرض سرریز (b) (cm)	ارتفاع سرریز (w) (cm)	فروود بالا دست (Fr ₁)	دبی بالا دست Q (l/s)
۳۰-۴۰	۱۵، ۱۰، ۵	۰/۱-۰/۷۵	۷-۴۵

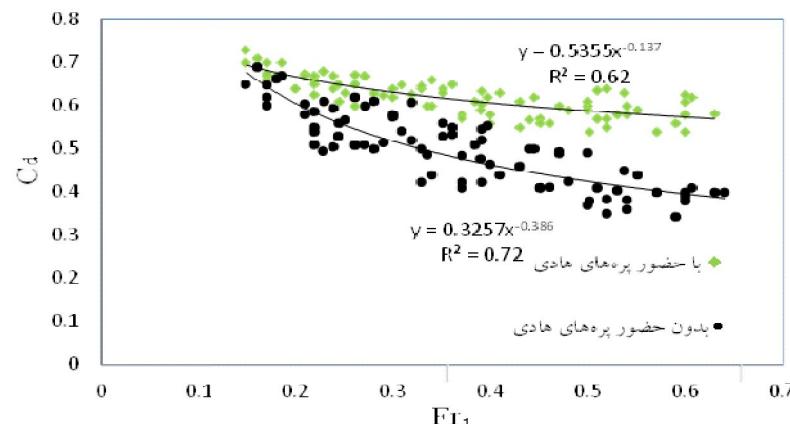
کanal می‌باشد. حالات قرارگیری صفحات هادی در شکل ۲ نشان داده شده است. برای انجام آزمایشات به علت اجتناب از وجود آمدن جریان برگشتی از ۳ پره هادی به عرض ۲ سانتی متر (مجموع عرض‌ها ۶ سانتی متر) در کanal استفاده شده است.

برای تمام آزمایشات صورت گرفته شرایط جریان ماندگار ایجاد شده است. دبی عبوری از بالا دست سرریز به وسیله یک دبی سنج الکترومغناطیس با دقیقت ۵ درصد اندازه‌گیری شد. برای کنترل عمق آب و دبی عبوری از پایین دست سرریز از دریچه کشویی در پایین دست سرریز استفاده شد و نهایتاً دبی عبوری از سرریز با تفیریق مقدار دبی در بالا دست و پایین دست از هم به دست آورده شد. در تمام آزمایشات، شرایط

عبوری از سرریز جانبی لبه‌تیز مستطیلی در هر دو حالت حضور و عدم حضور پره‌های هادی می‌باشد.

مواد و روش‌ها

آزمایشات در کanalی از جنس پلاکسی گلاس با طول ۸ متر، عرض ۴۰ سانتی متر و ارتفاع ۶۰ سانتی متر انجام گرفت. سرریزها از پلاکسی گلاس ساخته شدند و به تمام لبه‌ها زاویه ۶۰ درجه داده شد. سرریزها در فاصله ۴/۵ متری از ابتدای کanal نصب شدند. شکل ۱ نمایی از یک سرریز جانبی لبه‌تیز مستطیلی را نشان می‌دهد. جدول ۱ خصوصیات مدل و شرایط آزمایش را برای تمام حالات قرارگیری پره‌های هادی نشان می‌دهد. Fr_1 عدد فروود بالا دست، b عرض سرریز و B عرض



شکل ۴. تغییرات ضریب دبی با عدد فرود بالادست در شرایط زیر بحرانی

تعیین ضریب دبی در سرریزهای جانبی به تیز مستطیلی با استفاده از رابطه عمومی سرریزها

در این تحقیق برای تعیین ضریب دبی از رابطه عمومی سرریزها (معادله ۱) استفاده شده است:

$$Q = \frac{2}{3} C_d \sqrt{2gH^3} \quad [۱]$$

که در آن: Q : دبی در واحد عرض سرریز جانبی، لیتر بر ثانیه، H : ارتفاع آب روی سرریز، سانتی متر و C_d : ضریب دبی، بدون بعد می باشد.

مطالعات آزمایشگاهی نشان داده است که ضریب دبی بیشترین وابستگی را با عدد فرود بالادست به صورت برآش توانی دارد. همچنین از عوامل دیگر مانند عرض سرریز جانبی، شبکه، لرجهت دینامیکی، ارتفاع سرریز و عرض کanal به علت تأثیر کم می توان صرف نظر نمود (۱). مطابق شکل ۴ در هر دو حالت سرریز بدون حضور پرهای هادی و سرریز با حضور پرهای هادی (به ترتیب معادلات ۲ و ۳) ضریب C_d با عدد فرود دارای رابطه توانی به صورت زیر می باشد:

$$C_d = 0.22(F_{r1})^{-0.38} \quad [۲]$$

$$RMSE = R^2 = 0.72$$

$$RMSE = 0.44$$

$$C_d = 0.53(F_{r1})^{-0.137} \quad [۳]$$

$$R^2 = 0.62$$

$$RMSE = 0.29$$

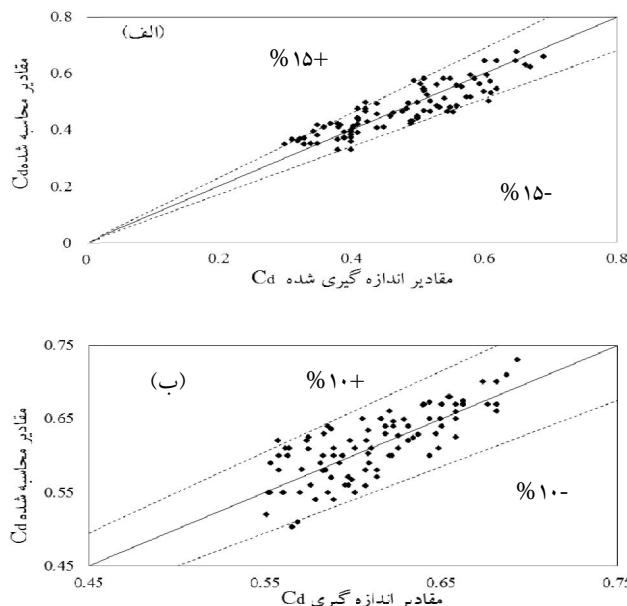
رابطه های ۲ و ۳ به ترتیب برای محاسبه ضریب دبی سرریز بدون و در حضور پرهای هادی می باشد. همان‌طور که در

زیر بحرانی بوده است و عمق آب در محور مرکزی کanal و روی تاج سرریز به وسیله عمق سنج اندازه گرفته شد. به منظور محاسبه دبی عبوری از هر المان سرریز، سرعت عمود بر تاج سرریز که سرعت در جهت z می باشد (شکل ۳)، توسط سرعت سنج ADV Vectrino+ با دقت $\pm 5\%$ درصد اندازه گیری شد. سرعت سنج عمود بر سرریز جانبی و در فاصله $5/5$ سانتی متری از سرریز جانبی وصل شد.

شروع و پایان برداشت داده ها از فاصله $2/5$ سانتی متری از ابتدا و انتهای سرریز در نظر گرفته و فاصله طولی بین نقاط 5 سانتی متر در نظر گرفته شد. فاصله عمودی بین نقاط بسته به عمق آب به فواصل 1 یا 0.5 سانتی متری در نظر گرفته شد. مدت داده برداری برای هر نقطه روی 2 دقیقه و فرکانس دستگاه بر روی 200 هرتز تنظیم شد.

نتایج و بحث

برآورد ضریب دبی سرریزهای جانبی به تیز مستطیلی از مهمترین موضوعات مطرح در زمینه سرریزهای جانبی، برآورد و تخمین جریان عبوری از این سازه ها می باشد. با استفاده از داده های آزمایشگاهی، دو روش متفاوت برای تخمین دبی عبوری از روی سرریزهای جانبی مستطیلی به تیز در دو حالت با و بدون حضور پرهای هادی بیان شده است.



شکل ۵. مقایسه روابط تخمینی با مقادیر اندازه‌گیری شده (الف) بدون حضور پره‌ها (ب) با حضور پره‌ها

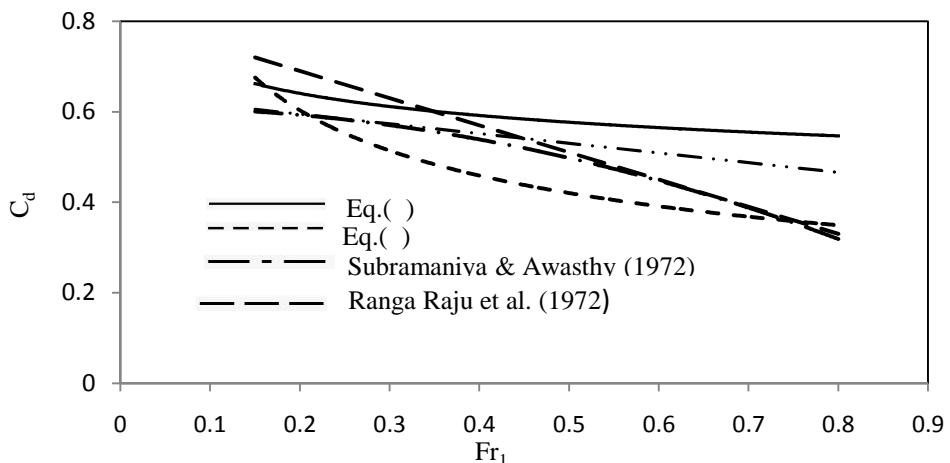
وجود این که روابط ۲ و ۳ نشان دهنده تغییرات ضریب C_d با عدد فرود بالا دست می‌باشد و سایر روابط تغییرات ضریب دبی دی مارچی C_M را با Fr_1 نشان می‌دهد، تطابق نزدیکی بین آنها مشاهده می‌شود.

تخمین دبی عبوری از سرریزهای جانبی لبه تیز مستطیلی با استفاده از متوسط سرعت‌ها

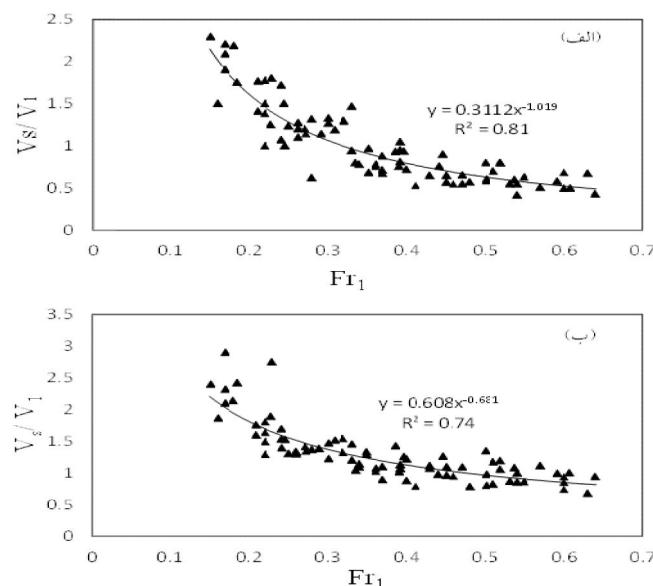
در این بخش دبی عبوری از سرریز جانبی با استفاده از متوسط سرعت در کanal بالا دست و متوسط سرعت روی سرریز تخمین زده شده است. عموماً به منظور سهولت محاسبات، میزان سرعت را با مقدار متوسط آن و به صورت (Q_1 / \bar{V}_s) بیان می‌کنند. Q_1 و B به ترتیب نشان دهنده دبی در بالا دست سرریز جانبی، ارتفاع آب بالا دست سرریز جانبی و عرض کanal می‌باشد. سرعت روی سرریز جانبی سرعت متوسط جت خروجی بوده و از رابطه $(Q_s / \bar{V}_s) = Q_s$ محاسبه می‌شود. Q_s ، b و h_1 به ترتیب دبی عبوری از روی سرریز جانبی، عرض سرریز جانبی و ارتفاع آب روی تاج سرریز جانبی در ابتدای سرریز می‌باشد. شکل ۷، تغییرات نسبت (\bar{V}_s / \bar{V}_t) را با عدد فرود بالا دست برای هر دو حالت با و بدون حضور پره‌های

شکل ۴ مشاهده می‌شود در حالت سرریز بدون حضور پره‌های هادی ضریب دبی C_d با افزایش عدد فرود کاهش می‌یابد. این امر بدین علت است که با افزایش عدد فرود، جریان فرصت کمتری برای خروج از سرریز جانبی پیدا می‌کند و در نتیجه ضریب C_d کاهش می‌یابد. همچنین در حالت حضور پره‌های هادی، ضریب C_d نسبت به حالت قبل افزایش پیدا می‌کند، که این افزایش در اعداد فرود پایین کم و با افزایش عدد فرود ضریب دبی نسبت به حالت سرریز بدون حضور پره‌های هادی افزایش بیشتری می‌یابد. زیرا صفحات هادی باعث ایجاد موتمم اضافی بر جریان و افزایش افت انرژی و درنتیجه افزایش دبی و ضریب دبی می‌شود. بررسی داده‌ها نشان داد که استفاده از پره‌های هادی ضریب دبی را به طور متوسط تا ۳۲ درصد افزایش می‌دهد. شکل ۵، درصد خطای مقادیر اندازه‌گیری شده و مقادیر محاسبه شده از رابطه‌های ۲ و ۳ را نشان می‌دهد. با توجه به شکل ۵ برای حالت بدون حضور پره‌های هادی اکثر داده‌ها در محدوده خطای $15 \pm$ درصد و برای حالت حضور پره‌های هادی بین $10 \pm$ درصد می‌باشند.

شکل ۶ نتایج حاصل از روابط ۲ و ۳ را با روابط سابرمانیا و آواتسی (۱۲) و رانگاراجو و همکاران (۱۱) نشان می‌دهد. با



شکل ۶. تغییرات ضریب دبی با عدد فرود بالادست



شکل ۷. تغییرات نسبت V_s/V_1 با عدد فرود بالا دست (الف) سرریز بدون حضور پره‌ها، (ب) سرریز در حضور پره‌ها

$$Q_s = 0.31 \overline{V}_1 b h_1^{1.019}$$

[۶]

هادی نشان می‌دهد. با توجه به شکل ۷، رابطه‌های ۴ و ۵ به دست آمده است.

$$Q_s = 0.608 \overline{V}_1 b h_1^{-0.681}$$

[۷]

رابطه‌های ۶ و ۷ برای محاسبه دبی عبوری از روی سرریز به ترتیب در دو حالت بدون و با استفاده از صفحات هادی می‌باشد. همان‌طور که در شکل ۷-ب) دیده می‌شود در اعداد فرود مختلف نسبت $\overline{V}_s / \overline{V}_1$ در حالت حضور پره‌های هادی بیشتر از حالت سرریز بدون حضور پره‌ها می‌باشد.

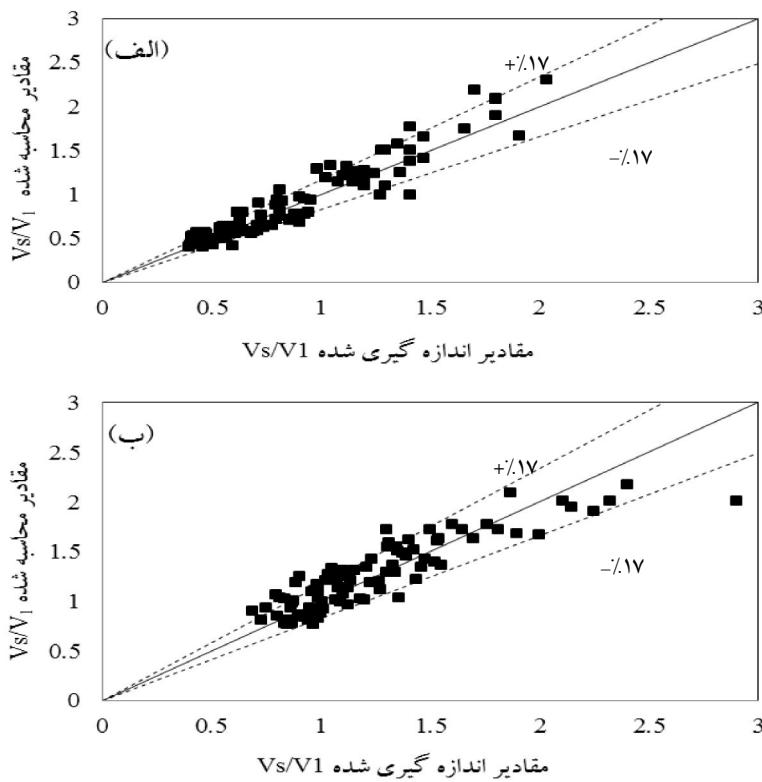
دلیل وقوع این حالت، افزایش \overline{V}_s در حالت حضور پره‌های

$$\frac{\overline{V}_s}{\overline{V}_1} = 0.31 \overline{V}_1^{-1.019}$$

$$RR^Y = 0.81 \\ RMSE = 0.18$$

$$\frac{\overline{V}_s}{\overline{V}_1} = 0.608 \overline{V}_1^{-0.681} \\ RR^Y = 0.74 \\ RMSE = 0.22$$

با ضرب دو طرف معادلات ۴ و ۵ در \overline{V}_1 , b و h_1 معادلات ۶ و ۷ جهت محاسبه دبی عبوری از سرریز جانبی به دست می‌آید.



شکل ۸. مقایسه روابط تخمینی و مقادیر اندازه‌گیری شده (الف)- سرریز بدون حضور پره‌ها (ب)- سرریز در حضور پره‌ها

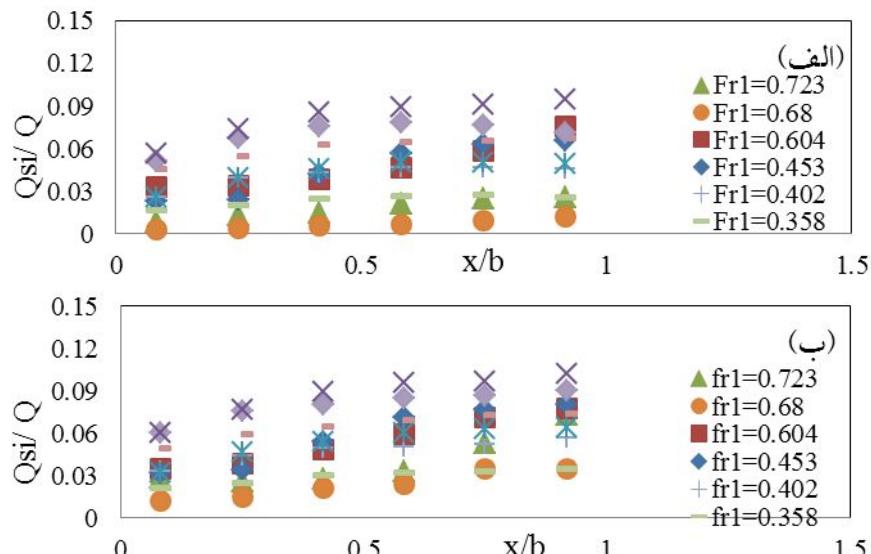
سرریز به طول ۳۰ سانتی‌متر را برای هر دو حالت سرریز، با و بدون حضور پره‌های هادی نشان می‌دهد. مطابق این شکل با نزیک شدن به انتهای سرریز میزان دبی عبوری از هر المان سرریز افزایش می‌یابد. علت وقوع این پدیده، افزایش مقدار سرعت عمود بر سرریز (سرعت در جهت z) در طول سرریز می‌باشد. در نتیجه این عامل، دبی عبوری بیشتری از قسمت‌های انتهایی سازه انتقال می‌یابد. در این شکل Q دبی بالادست و Q_{Si} دبی المانی عبوری از سرریز جانبی، x فاصله از ابتدای سرریز جانبی و b عرض سرریز جانبی است.

بامقایسه شکل (۹-الف) و (۹-ب) مشخص می‌شود که در اعداد فرود بالاتر میزان افزایش دبی در حالت حضور پره‌های هادی بیشتر می‌شود. علت وقوع این پدیده همانطور که قبل توضیح داده شد، افزایش مومنتم وارد بر جریان و افزایش افت انرژی همزمان با افزایش عدد فرود و در نتیجه انحراف بیشتر جریان به سمت سرریز جانبی می‌باشد.

هادی می‌باشد. زیرا پره‌های هادی باعث افزایش نیروی مومنتم وارد بر جریان، افزایش افت انرژی و در نتیجه انحراف بیشتر جریان به سمت سرریز جانبی می‌شود. با انحراف بیشتر جریان به سمت سرریز جانبی سرعت جت خروجی از سرریز (V_s) نیز بیشتر می‌شود. در شکل ۸ مشخص می‌شود که تغییرات مقادیر محاسبه شده از فرمول‌های ۴ و ۵ در مقابل مقادیر بدست آمده در محدوده خطای ۱۷ درصد می‌باشد. با تنظیم ADV بر روی تاج سرریز و برداشت پروفیل‌های سرعت در طول تاج مقادیر اندازه‌گیری شده V_s/V_1 بدست آمد.

تغییرات المانی دبی در طول تاج سرریز

برای محاسبه دبی در طول تاج سرریز، طول تاج به المان‌های ۵ سانتی‌متری تقسیم‌بندی شد. سپس با انتگرال‌گیری از نیم‌ردخهای سرعت بدست آمده در راستای z ، دبی برای هر المان ۵ سانتی‌متری محاسبه گردید. شکل ۹، دبی عبوری از هر المان



شکل ۹. تغییرات دبی از هر مان سرریز ۳۰ سانتی‌متری (الف) سرریز بدون حضور پره‌ها

ب) سرریز در حضور پره‌ها

بررسی‌ها نشان داد که با افزایش عدد فروند تأثیر پره‌ها در افزایش ضریب دبی بیشتر می‌گردد. روابطه ۶ و ۷ برای محاسبه دبی عبوری از روی سرریز با استفاده از متوسط سرعت‌ها در بالادست سرریز و در روی سرریز با دقت بالا به دست آمد. مطالعات، تغییرات دبی در طول تاج سرریز جانبی نشان داد که در هر دو حالت با و بدون حضور پره‌های هادی با نزدیک شدن به انتهای سرریز میزان دبی عبوری از هر مان سرریز افزایش می‌یابد. نتایج نشان داد که با افزایش عدد فروند تأثیر پره‌ها در افزایش دبی المانی بیشتر می‌شود.

نتیجه‌گیری

در این تحقیق ضریب دبی در دو حالت سرریز با و بدون حضور پره‌های هادی بررسی شد و با استفاده از رابطه عمومی سرریزها روابط ۲ و ۳ برای محاسبه ضریب دبی با دقت نسبتاً بالا به دست آمد. در این روش ضریب دبی سرریز جانبی به عنوان تابعی از عدد فروند بالادست بیان شد. بررسی نتایج نشان داد که پره‌های هادی به طور متوسط باعث افزایش ضریب دبی به میزان ۳۲ درصد می‌شوند. نتایج نشان داد که ضریب دبی (C_d) در حالت حضور پره‌های هادی نسبت به حالت بدون حضور پره‌های هادی افزایش پیدا می‌کند.

منابع مورد استفاده

۱. باقری، س. ۱۳۹۰. بررسی خصوصیات جریان در سرریز جانبی و نرمال لبه‌تیز مستطیلی. پایان‌نامه کارشناسی ارشد مهندسی آب، دانشکده کشاورزی، دانشگاه صنعتی اصفهان.
۲. کبیری سامانی، ا.، ح. اسماعیلی و م. حیدرپور. ۱۳۸۹. افزایش راندمان سرریزهای جانبی ساده با استفاده از پره‌های هادی یا گروه شمع، مجله آب و فاضلاب ۱۰۱: ۱۳-۱۰۱.
۳. Bagheri, S and M. Heidarpour. 2011. Characteristics of flow over rectangular sharp-crested side weir. J. Irrig. Drain. Eng. 138(6):541-547.
۴. Borghei, S. M., M. R. Jalili and M. Ghodsian. 1999. Discharge coefficient for sharp-crested side weirs in subcritical flow. J. Hydraul. Eng. 125(10): 1051-1056.

5. Coonrod, J., J. Ho and N. Bernardo. 2009. Lateral outflow from supercritical channels. Proceedings of 33th IAHR Congress, Water Engineering for a Sustainable Environment, 9-14 August, Vancouver, British Columbia, Canada.
6. Das, A. 1997. Spatially varied flow over an embankment side weir. *J. Irrig. Drain. Eng.*, ASCE 123: 314-317.
7. De Marchi, G. 1934. Saggio di teoriadelfunzionamentedegli stramazzi laterali (Essay on the Performance of Lateral Weirs). *L'EnergiaElettrica*, Milano, Italy. 11(11): 849-860.
8. El-Khashab,A and K.V.H. Smith. 1976. Experimental investigation of flow over side weirs. *J. Hydraul. Division.* 102(9): 1255-1268.
9. Hagar, W. H. 1987. Lateral out flow over side weirs. *J. Hydraul. Eng.* 113: 405-491.
10. Oliveto, G., V. Biggiero and M. Fiorentino. 2001. Hydraulic features of supercritical flow along prismatic side weirs. *J. Hydraul. Res.* 39: 73-82.
11. RangaRaju, K. G., B. Prasad and S. K. Gupta. 1979. Side weirs in rectangular channels. *J. Hydraul. Division.* 105(5): 547-554.
12. Subramanya, K and S. C. Awasthy. 1972. Spatially varied flow over side weirs. *J. Hydraul. Division.* 98(1): 1-10.
13. Swamee, P. K., S. K. Pathak and M. S. Ali. 1994. Side weir analysis using elementary discharge coefficient. *J. Irrig. Drain. Eng.* 120: 742-755.