

کارآیی هشت مدل ریاضی در توصیف اندازه ذرات در برخی خاک‌های استان چهارمحال و بختیاری

الهام نبی‌زاده^{*} و حبیب الله بیگی هرچگانی^۱

(تاریخ دریافت: ۱۳۸۸/۸/۲؛ تاریخ پذیرش: ۱۳۹۰/۹/۲۱)

چکیده

انتخاب مناسب‌ترین مدل توزیع اندازه ذرات خاک (PSD) به منظور تخمین دقیق‌تر خواص رطوبتی و هیدرولیکی خاک حائز اهمیت است. در این ارتباط تاکنون، انواع مختلفی از مدل‌های ریاضی PSD ارائه شده است. هدف از این پژوهش مقایسه برآزش هشت مدل (فردلاند، گمپرتز، ون‌گتوختن، جیکی، لگاریتمی، نمایی، لگاریتمی-نمایی و فراکتال) به توزیع اندازه ذرات در ۷۱ نمونه خاک از دو شهرستان لردگان و سامان استان چهارمحال و بختیاری است. ضریب تعیین (R^2) و معیار آکائیک (AIC) برای مقایسه دقت و کیفیت برآزش مدل‌های PSD به داده‌های آزمایشگاهی مورد استفاده قرار گرفتند. نتایج نشان دادند که مدل فردلاند، بهترین مدل برای توصیف PSD در کلاس‌های بافت لوم سیلیتی، لوم رس سیلیتی، رس سیلیتی و لوم شنی است. سه مدل فراکتال، نمایی و لگاریتمی-نمایی که در کلاس‌های بافت لوم سیلیتی، لوم رس سیلیتی و رس سیلیتی ضعیف‌ترین برآزش را داشتند، ولی بهترین برآزش را برای بافت لوم شنی نشان دادند. برآزش دو مدل فردلاند و گمپرتز در توصیف PSD با بالا رفتن درصد رس و سیلت نمونه‌های خاک (به ترتیب از ۴۰ و ۲۵ درصد) بهبود یافت، برآزش سه مدل فراکتال، نمایی و لگاریتمی-نمایی با افزایش مقدار شن افزایش یافت. رابطه معکوسی بین برآزش مدل فراکتالی با مقدار سیلت نمونه‌های خاک دیده شد.

واژه‌های کلیدی: توزیع اندازه ذرات خاک، مدل‌های توصیف PSD، مدل فردلاند، بافت خاک

۱. به ترتیب دانشجوی سابق کارشناسی ارشد و استادیار علوم خاک، دانشکده کشاورزی، دانشگاه شهرکرد
* : مسئول مکاتبات، پست الکترونیکی: elham.nabizadeh@gmail.com

مقدمه

هوانگ و همکاران (۷) توانایی هفت مدل PSD را با فرضیات مختلف (پنج مدل لوگنرمال، مدل گمپرتز و مدل فردنلند) برای برازش داده‌های آزمایشگاهی PSD در ۱۳۸۷ خاک برگرفته از بانک اطلاعاتی کشور کره ارزیابی کردند. آنها دریافتند که مدل‌های چهار ضریبی فردنلند و همکاران (۴) و تک ضریبی جیکی (۹) بهترین بهترین و بدترین برازش را دارند. مدل فردنلند و همکاران (۴) بر اساس دو آماره‌ی AIC و R^2 بهترین برازش را به ویژه برای خاک‌های شن‌لومی، لوم‌شنی، لوم‌رس‌شنی و خاک‌های لوم رسی داشت.

مدل چهار ضریبی گمپرتز در مجموع در مقایسه با مدل‌های دو یا سه ضریبی لوگنرمال و در مقایسه با مدل تک ضریبی جیکی در کلاس‌های بافت لوم، لوم رسی و رسی برازش ضعیف‌تری را داشت. این یافته، نشان داد که همیشه افزایش تعداد ضریب یک مدل نمی‌تواند باعث برازش بهتر آن شود. مدل چهار ضریبی گمپرتز فقط در خاک‌های شنی و شن‌لومی در مقایسه با دیگر مدل‌های یک، دو و سه ضریبی برازش بهتری داشت. برای خاک‌های رس‌سیلتی، رسی و نیز در خاک‌های شنی، اختلاف قابل توجهی در پیش‌بینی مدل‌ها به جز در مورد مدل جیکی دیده نشد. بیشترین اختلاف بین مدل‌ها مربوط به جزء سیلت بود که این امر احتمالاً از کمبود داده‌های آزمایشگاهی در این دامنه اندازه‌ای ناشی می‌شد (۷).

هوانگ (۸) هم‌چنین برازش نه مدل PSD را روی خاک‌های کشور کره ارزیابی کرد. مدل‌های انتخابی او شامل مدل‌های اسکگز ۱ و ۲، فراکتال، لگاریتمی، نمایی، لگاریتمی-نمایی، ون‌گنوختن، ویبول و فردنلند بود. مدل فردنلند بر اساس دو معیار R^2 و AIC (Akaike information criterion) بهترین برازش را داشت و برازش مدل‌های اسکگز ۱ و ۲ (۲۰)، ویبول و ون‌گنوختن نسبتاً خوب بود. مدل‌های لگاریتمی، نمایی، لگاریتمی-نمایی و فراکتال برازش مشابه ولی ضعیفی داشتند. این مدل‌ها کمترین مقادیر R^2 و بیشترین مقادیر AIC را به خود اختصاص دادند. از این‌رو، این چهار مدل دو ضریبی برای بیان PSD تجمعی خاک‌های کشور کره مناسب تشخیص داده

توزیع اندازه ذرات خاک (PSD) یکی از مهم‌ترین صفات فیزیکی و اساسی خاک‌های معدنی است (۲ و ۱۷). از این خصوصیت می‌توان برای پیش‌بینی و تخمین خواص هیدرولیکی خاک‌ها مانند منحنی مشخصه رطوبتی خاک و توابع هدایت هیدرولیکی اشباع و غیراشباع سود جست (۱ و ۲۲).

عموماً، تجزیه مکانیکی اندازه ذرات خاک شامل اندازه‌گیری جرم سه بخش رس، سیلت و شن و تعیین کلاس بافت با استفاده از مثلث بافت خاک است (۷ و ۱۶). ولی نمونه‌هایی که در یک کلاس معین بافت قرار می‌گیرند، ممکن است PSD‌های متفاوتی داشته باشند. برای مثال، کلاس بافت رسی در سیستم طبقه‌بندی USDA دربرگیرنده همه نمونه‌های خاک با میزان رس بین ۴۰ تا ۱۰۰ درصد خواهد بود. بنابراین از آنجایی که تعیین درصد یا نسبت سه جزء اصلی خاک (شن، سیلت و رس) اطلاعات کاملی در مورد توزیع اندازه ذرات خاک در اختیار قرار نمی‌دهد (۲ و ۱۶)، از مدل‌های ریاضی مختلف PSD استفاده می‌شود (۱، ۷، ۱۴ و ۱۶).

مدل‌های PSD غالباً به صورت توزیع تجمعی گزارش می‌شوند و تاکنون انواع مختلفی از آنها پیشنهاد شده است (۲ و ۷) که از جمله آنها می‌توان به مدل‌های مبتنی بر منحنی رطوبتی خاک از قبیل دو مدل فردنلند (۴) و ون‌گنوختن (۶)، مدل با توزیع لگاریتمی-نمایی (۱۱)، مدل گمپرتز (۱۰ و ۱۵)، مدل تلاشی (Fragmentation) (۲)، تابع با توزیع ویبول (۱)، مدل‌های مبتنی بر به کارگیری ابعاد فراکتال (۱۳)، مدل لگاریتمی (۲۲)، مدل نمایی (۵) و مدل توزیع لوگنرمال اشاره کرد.

بوچان و همکاران (۳) با استفاده از ۷۱ نمونه خاک در منطقه نیوزلند، پنج مدل توزیع لوگنرمال PSD را با هم مقایسه کردند و دریافتند که هر پنج مدل بیش از نود درصد تغییرات PSD خاک‌های مورد آزمایش را توصیف می‌کنند. از بین آنها مدل لوگنرمال پیشنهادی شیوزاوا و کمبل (۱۸) بهترین برازش را داشت.

متوسط از مزارع کشاورزی شهرستان لردگان و ۱۷ نمونه با بافت درشت از خاک‌های منطقه امامیه شهرستان سامان تهیه شد. در آزمایشگاه، درصد وزنی ذرات رس و سیلت با قطرهای ۰/۰۰۱، ۰/۰۰۲، ۰/۰۰۳، ۰/۰۰۴، ۰/۰۰۵ میلی‌متر به روش پیپت و درصد وزنی ذرات شن با قطرهای ۰/۰۰۵، ۰/۰۰۶ و ۰/۰۰۷ میلی‌متر به روش الک تعیین شدند (۱۹).

با استفاده از تخمین غیر خطی نرم‌افزار آماری STATISTICA 8.0 (StatSoft, Inc. 2007) هشت مدل مختلف PSD به داده‌های توزیع اندازه ذرات خاک برآش داده شده و بهترین مدل‌ها با استفاده از دو معیار R^2 و AIC تعیین شدند. ضریب تعیین (R^2) برای نشان دادن میزان نسبی دقیق برآش مدل‌های PSD و معیار آکائیکه (AIC) برای مقایسه کیفیت برآش آنها به داده‌های آزمایشگاهی مورد استفاده قرار گرفتند. ضریب تعیین (R^2) مدل‌های PSD مستقیماً از استفاده از نرم افزار STATISTICA 8.0 (StatSoft, Inc. 2007) بدست آمد. معیار

AIC از رابطه زیر محاسبه شد:

$$AIC = N * \left\{ \ln(2\pi) + \ln \left[\frac{SSE}{(N-p)} \right] + 1 \right\} + p \quad [1]$$

که در آن SSE جمع مربعات خطا، N تعداد داده‌های اندازه‌گیری شده برای هر خاک و p تعداد ضرایب مدل PSD است (۷). جمع مربعات خطا به صورت زیر تعیین شد:

$$SSE = \sum_{i=1}^N (Y_i - Y_p)^2 \quad [2]$$

که در آن Y_i و Y_p به ترتیب به جرم تجمعی ذرات اندازه‌گیری شده و تخمین زده شده اشاره می‌کند (۷).

نتایج و بحث

بعد از اندازه‌گیری فراوانی نسبی اجزای شن، سیلت و رس، کلاس بافت هر یک از نمونه‌های خاک مورد آزمایش تعیین شد. خاک‌ها در سه گروه با بافت درشت، بافت متوسط و بافت ریز قرار گرفتند (۱۷). بافت درشت شامل کلاس‌های لوم شنی (۱۴ نمونه) و شن لومی (۱ نمونه)، بافت متوسط شامل کلاس‌های سیلت (۵ نمونه)، لوم سیلتی (۲۴ نمونه)،

نشدند.

هوانگ (۸) با علم بر این‌که هر مدل PSD در چندین نمونه از هر کلاس بافت دارای کمترین مقدار AIC یا بهترین برآش است، اثر بافت خاک را روی مدل‌های PSD بررسی کرد. او متوجه شد که مدل‌هایی که در توصیف PSD مجموعه خاک‌ها برآش خوبی داشته‌اند لزوماً در کلاس دیگر بافت مناسب نخواهند بود. در اکثر کلاس‌های بافت، مدل‌های لگاریتمی، نمایی، لگاریتمی-نمایی، فراکتال و ونگنوختن ضعیف‌ترین برآش را داشتند. مدل فرولاند در کلاس‌های بافت رسی، لوم رس، لوم شنی، شن لومی، لوم شنی رسی و رس سیلتی و مدل‌های اسکنگر ۱ و ۲ در کلاس‌های بافت شنی، لوم سیلتی و لوم رس سیلتی بهترین برآش را داشتند. هوانگ (۸) چنین نتیجه گرفت که از مدل‌های اسکنگر و فرولاند می‌توان برای توصیف PSD خاک‌ها استفاده کرد.

به نظر می‌رسد که برآش مدل‌های تا اندازه‌ای به درصد اجزای بافت خاک (شن، سیلت و رس) بستگی داشته باشد (۷) و (۸). برآش بیشتر مدل‌ها به جز مدل ونگنوختن با افزایش مقدار رس بهبود یافت و در رس بیشتر از ۶۰ درصد شبیه به هم بودند. مدل ونگنوختن در خاک‌های دارای رس زیاد ($>50\%$) برآش ضعیفی داشت، بنابراین نباید از آن برای توصیف PSD خاک‌های دارای رس بیشتر از ۵۰ درصد استفاده کرد (۷) و (۸).

تاکنون مطالعاتی که در آنها برآش مدل‌های مختلف PSD با هم مقایسه شده باشد، به خصوص در ایران، انجام نشده است و به نظر می‌رسد به غیر از چند مطالعه هوانگ، منابع دیگری در اختیار نباشد. هدف از این پژوهش تعیین بهترین مدل PSD از بین هشت مدل مورد مطالعه (جدول ۱) و بررسی اثر محدوده تغییرات سه جزء شن، سیلت و رس بر برآش آنها در بافت‌های متنوع در استان چهارمحال و بختیاری است.

مواد و روش‌ها

از ۷۱ نمونه خاک مورد مطالعه، ۵۴ نمونه خاک با بافت ریز و

جدول ۱. هشت مدل ریاضی توزیع اندازه ذرات خاک (PSD) که در این تحقیق به کار رفته است.

نام مدل	تابع	ضرایب مدل
فردلاند، F (۴)	$F(d) = \frac{1}{\left\{ \ln[\exp(1) + (\frac{\alpha}{d})^n] \right\}^m} \left\{ 1 - \left[\frac{\ln(1 + \frac{d_f}{d})}{\ln(1 + \frac{d_f}{d_m})} \right]^v \right\}$	α, n, m, d_f $(d_m = ۰/۰۰۱)$
گمپرتر، G (۱۵)	$F(d) = \alpha + \gamma \exp\{-\exp[-\beta(d - \mu)]\}$	$\alpha, \beta (< ۰), \gamma, \mu$
ون گنوختن، VG (۶)	$F(d) = \left[1 + (d_g/d)^n \right]^{-m}, m = ۱ - ۱/n$	d_g, n
جیکی، J (۹)	$F(d) = \exp\left\{ 1 - \frac{1}{p} \left[\ln\left(\frac{d}{d_*}\right) \right]^v \right\}$	$d_* = \sqrt{mm}, p$
لگاریتمی، L (۲۲)	$F(d) = a \ln d + b$	a, b
نمایی، E (۵)	$F(d) = cd^{-\beta}$	c, β
لگاریتمی- نمایی، LE (۱۱)	$F(d) = A \exp(B \log d)$	A, B
فراكتال، FR (۱۲)	$F(d) = \exp\left\{ \ln c + \left(\frac{2R^v - 12R + 14}{R^v - 5R + 4} + 1 \right) \ln d \right\}$	c, R

آنچایی که برای برازش مدل گمپرتر از لگاریتم قطر ذرات استفاده شد، این مدل در شکل ۱ وجود ندارد.

همان طور که در شکل ۱ دیده می‌شود، در دو کلاس بافت لوم سیلتی و رس سیلتی روند مشابهی وجود دارد به طوری که دو مدل فردلاند و ون گنوختن بیشترین تطابق را با داده‌های آزمایشگاهی دارند و برازش سه مدل دو ضریبی فراكتال، نمایی و لگاریتمی- نمایی ضعیف و دقیقاً مشابه با یکدیگر بوده است. برازش سه مدل فراكتال، نمایی و لگاریتمی- نمایی در کلاس بافت لوم شنی بهبود یافته و به دو مدل فردلاند و ون گنوختن نزدیک شده است. نکته قابل توجه این است که در هر سه کلاس بافت و به طور کلی در همه نمونه‌های خاک برازش سه

لوم (۳ نمونه)، لوم رس سیلتی (۹ نمونه) و لوم رسی (۱ نمونه) و بافت ریز شامل کلاس‌های رس سیلتی (۱۳ نمونه) و رس شنی (۱ نمونه) است. تعداد و برخی از ویژگی‌های کلاس‌های بافت مختلف در جدول ۲ آورده شده است.

تعیین بهترین مدل PSD در نمونه‌های خاک مورد مطالعه برای مقایسه برازش مدل‌های مختلف PSD با داده‌های آزمایشگاهی، به ترتیب سه نمونه با کلاس بافت لوم شنی، لوم سیلتی و رس سیلتی به عنوان نماینده سه گروه بافتی درشت، متوسط و ریز استفاده شدند (شکل ۱). لازم به ذکر است که از

جدول ۲. میانگین اجزای سه‌گانه بافت در سه گروه بافتی در نمونه‌های خاک مورد مطالعه

% رس.						% شن.			کلاس بافت*	تعداد نمونه	گروه بافت			
میانگین حداقل حداقل			میانگین حداقل حداقل			میانگین حداقل حداقل								
% سیلت	% میانگین حداقل حداقل													
۳۳	۱۲	۲۰	۲۰	۵	۱۴	۷۵	۶۰	۶۶	SL	۱۴	بافت سبک			
-	-	۱۴	-	-	۵	-	-	۸۰	LS	۱				
۷۹	۵۲	۶۶	۲۷	۴	۱۶	۳۷	۷	۱۷	SiL	۲۴	بافت متوسط			
۸۶	۸۰	۸۳	۱۱	۱	۵	۱۸	۹	۱۲	Si	۵				
۴۶	۳۰	۳۷	۲۶	۲۰	۲۳	۴۹	۳۱	۴۰	L	۳				
۶۰	۴۵	۵۶	۳۹	۲۷	۳۳	۱۹	۶	۱۱	SiCL	۹				
-	-	۴۰	-	-	۳۰	-	-	۳۰	CL	۱				
۵۲	۴۰	۴۷	۵۵	۴۰	۴۵	۱۱	۴	۸	SiC	۱۳	بافت ریز			
-	-	۱۳	-	-	۳۶	-	-	۵۱	SC	۱				

اجزای سه‌گانه بافت به نزدیک‌ترین عدد صحیح گرد شده‌اند.

SL: Sandy loam, LS: Loamy sand, SiL: Silty loam, Si: Silty, L: Loamy, SiCL: Silty clay Loam, CL : Clay loam, SiC: Silty clay, SC: Sandy clay.

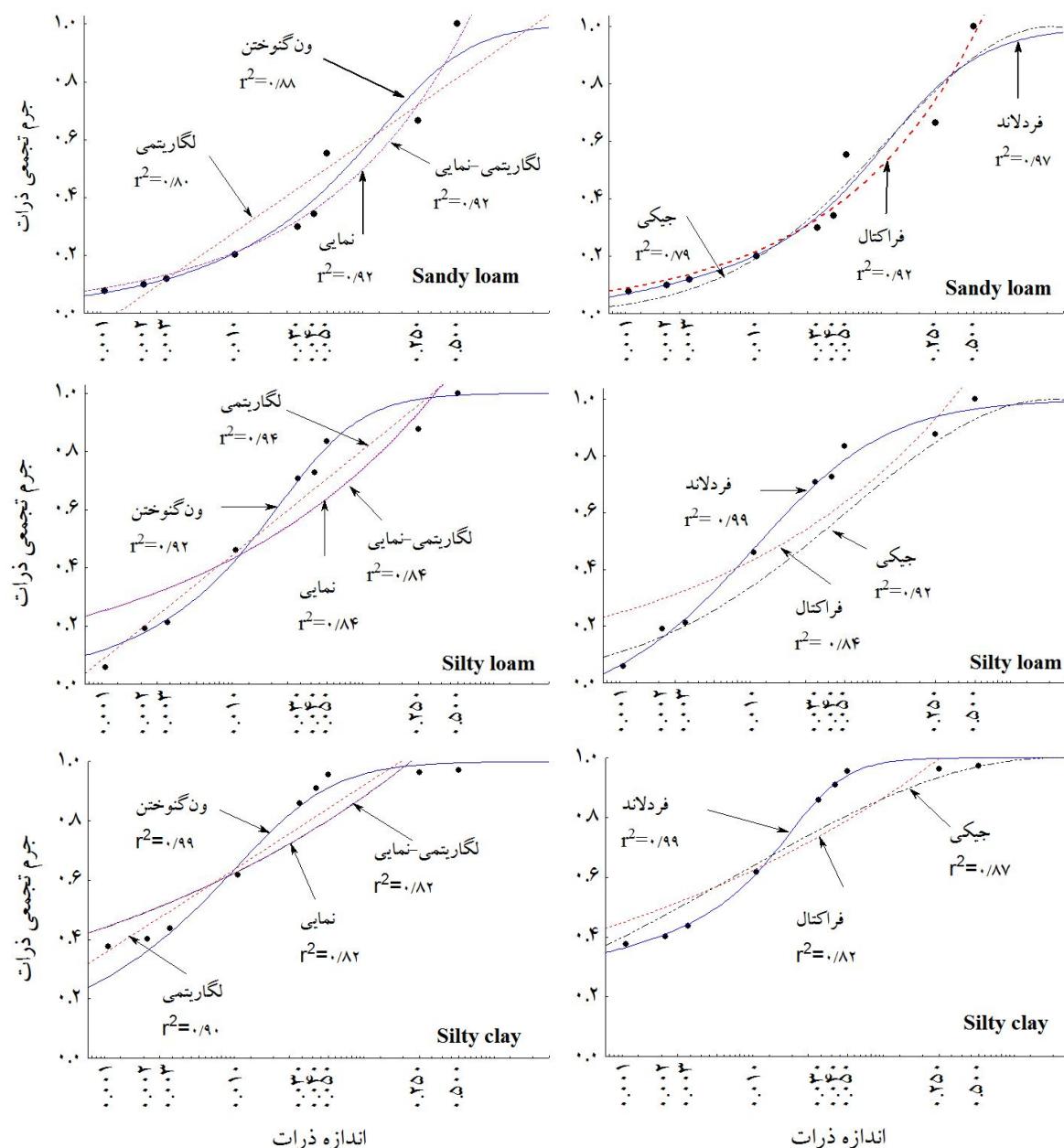
می‌دهد برای توصیف PSD تجمعی خاک‌های مورد مطالعه مناسب نیستند. برآذش سه مدل دو ضریبی فراکتال، نمایی و لگاریتمی-نمایی کمتر از مدل یک ضریبی جیکی بود. این موضوع نشان می‌دهد که افزایش تعداد ضرایب یک مدل لزوماً متادف با بهبود برآذش آن مدل نیست (۸). نتایج آماره AIC به نتایج حاصله از R^2 شباهت داشتند. بر اساس این معیار، مدلی که دارای مقدار AIC کمتری است، به عنوان مدل برتر شناخته می‌شود (۸). اگرچه، معیار AIC برای تعداد پارامتر بیشتر جریمه‌ای اعمال می‌کند ولی با این حال، باز هم مدل فردناند بهترین برآذش را داشت. بر اساس این معیار برآذش مدل‌های جیکی و لگاریتمی و برآذش مدل‌های فراکتال، نمایی و لگاریتمی-نمایی شبیه به یکدیگر بودند و مدل‌های فراکتال، نمایی و لگاریتمی-نمایی ضعیفترین برآذش را داشتند (شکل ۳).

برآذش مدل‌های PSD در کلاس‌های مختلف بافت نمودارهای جعبه‌ای R^2 مدل‌های PSD در چهار کلاس بافت نوم سیلتی، لوم رس سیلتی، رس سیلتی و لوم شنی در شکل ۴

مدل فراکتال، نمایی و لگاریتمی-نمایی یکسان و منحنی برآذش آنها منطبق بر یکدیگر بود.

از برآذش مدل‌های مختلف PSD به ۷۱ نمونه خاک مورد مطالعه، مقادیر R^2 بین ۰/۷۴۰ و ۰/۱۰۰۰ تا ۱/۰۰۰ حاصل شد (شکل ۲). در شکل ۲ ویژگی‌های آماری ضریب تعیین در قالب نمودارهای جعبه‌ای داده شده است. در این نمودارها مرکز با میانه، بالا و پایین جعبه با چارک اول و سوم (٪ ۷۵ و ٪ ۲۵) و دهک‌های اول و نهم (٪ ۹۰ و ٪ ۱۰) نشان داده شده است. لازم به ذکر است که هر چه طول جعبه‌ها (فاصله بین چارک اول و سوم) و طول میله‌های خطأ (فاصله بین دهک اول و دهک نهم) کوتاه‌تر باشد، پراکندگی ضریب تعیین کمتر و در نتیجه برآورده باتر است.

بیشترین R^2 ‌ها به مدل چهار ضریبی فردناند و سپس به دو مدل گمپرتز و ون‌گنوختن متعلق بود. ضمناً همین مدل‌ها به ویژه مدل فردناند کمترین تغییرات R^2 را هم نشان دادند. چهار مدل دو ضریبی فراکتال، نمایی، لگاریتمی-نمایی و لگاریتمی کمترین R^2 ‌ها و بیشترین پراکندگی R^2 را داشتند که نشان

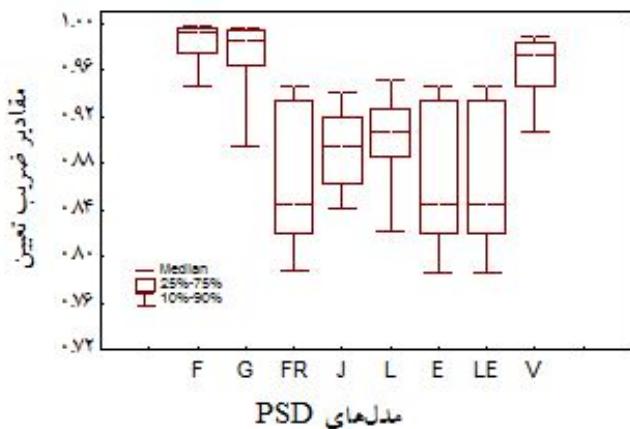


شکل ۱. مقایسه برآذش هفت مدل PSD برای سه نمونه خاک با کلاس بافت Silty clay، Sandy loam و Silty loam. دایره‌های توپر کوچک نشان دهنده داده‌های آزمایشی هستند.

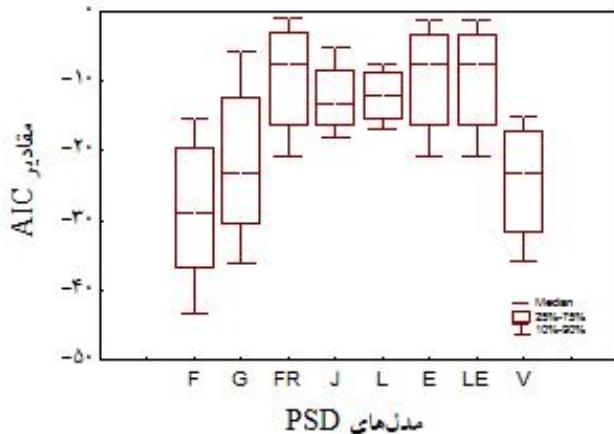
برآذش بهتری دارد.

برآذش مدل‌ها در کلاس بافت لوم شنی در مقایسه با سایر کلاس‌های بافتی و نیز کل خاک‌ها متفاوت است. در حالی‌که برآذش سه مدل فردلاند، ون‌گنوختن و گمپرتز در این کلاس بافت اندکی ضعیفتر شد (در هر حال مقادیر آماره R^2 دو

آورده شده‌اند. بر اساس آماره R^2 ، در کلاس‌های بافت لوم سیلتی، لوم رس سیلتی، رس سیلتی سه مدل فردلاند، گمپرتز و ون‌گنوختن بالاترین برآذش با کمترین تغییرات در R^2 را دارند. مدل لگاریتمی بعد از آنها قرار گرفته و مدل یک ضریبی جیکی از سه مدل دو ضریبی فراكتال، نمایی و لگاریتمی-نمایی



شکل ۲. نمودارهای جعبه‌ای ضرایب تعیین در ۷۱ خاک مورد مطالعه. (F = مدل فردهاند، G = مدل گمپرتز، FR = مدل فراکتال، J = مدل جیکی، L = مدل لگاریتمی، E = مدل نمایی، LE = مدل لگاریتمی-نمایی و V = مدل ون‌گنوختن)

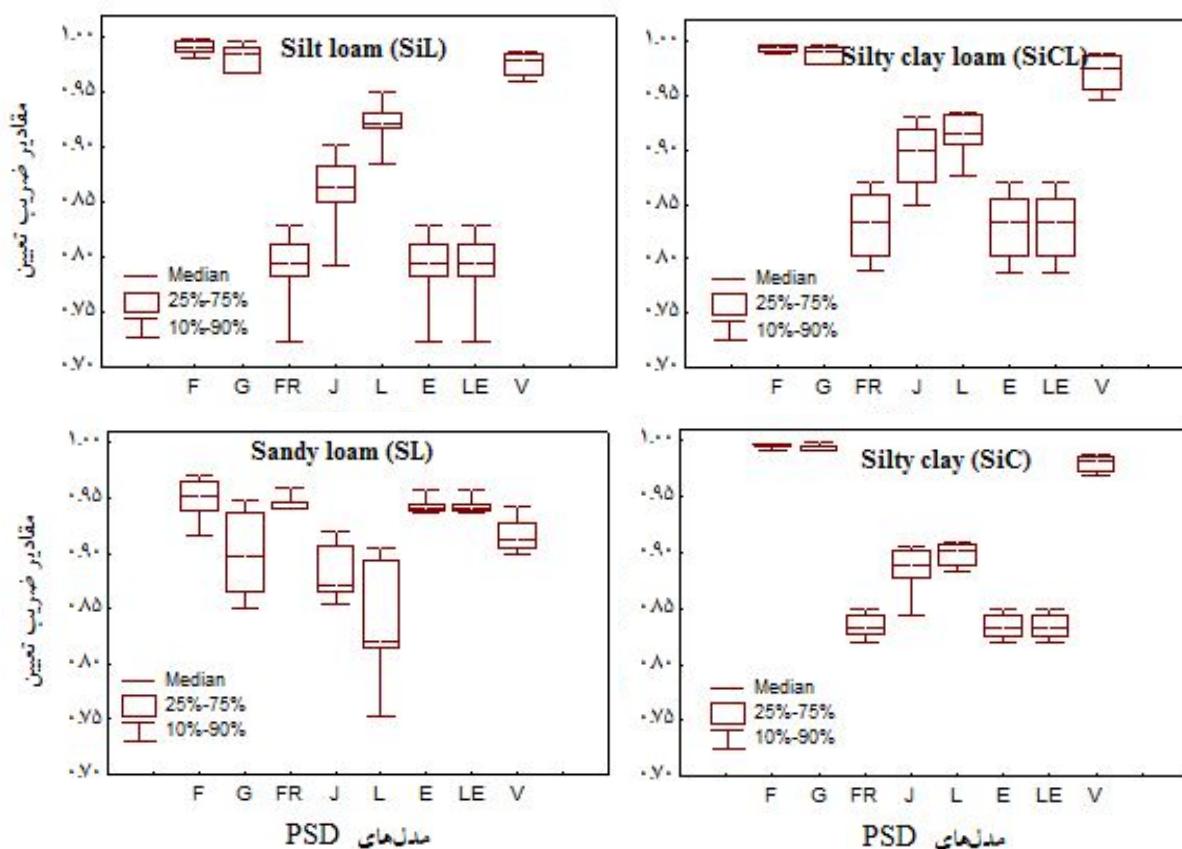


شکل ۳. نمودارهای جعبه‌ای مقادیر AIC در ۷۱ خاک مورد مطالعه. (F = مدل فردهاند، G = مدل گمپرتز، FR = مدل فراکتال، J = مدل جیکی، L = مدل لگاریتمی، E = مدل نمایی، LE = مدل لگاریتمی-نمایی و V = مدل ون‌گنوختن)

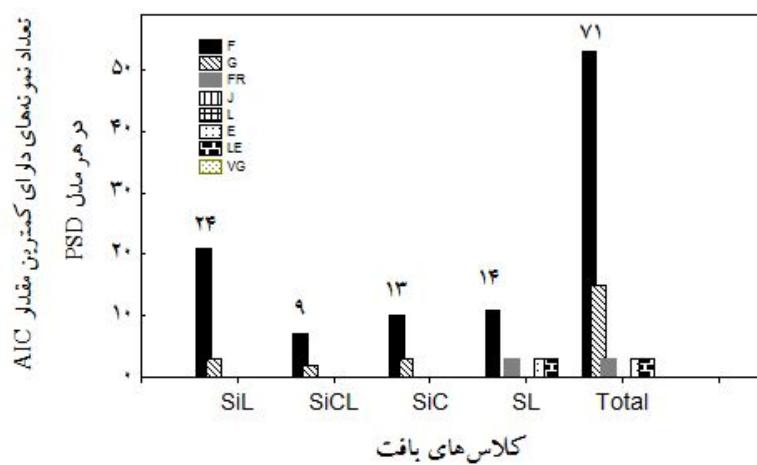
فردهاند یکی از بهترین مدل‌ها بوده و برآذش مدل ون‌گنوختن از مدل چهار ضریبی گمپرتز بیشتر شده است. بررسی AIC هم نشان می‌دهد که برآذش یک مدل PSD در کلاس‌های بافت مختلف ممکن است متفاوت باشد (شکل ۵). این شکل نشان می‌دهد که هر مدل PSD در چند نمونه از هر کلاس بافت دارای بهترین برآذش (دارای کمترین مقدار AIC) است (A).

مدلهای فراکتال، جیکی، لگاریتمی، نمایی، لگاریتمی-نمایی و ون‌گنوختن در سه کلاس بافت لوم سیلیتی، لوم رس

مدل فردهاند و ون‌گنوختن بیشتر از ۹۰٪ است)، برآذش مدل‌های فراکتال، نمایی و لگاریتمی-نمایی که در سه کلاس بافت دیگر برآذش خوبی نداشتند، بهبود یافت و این مدل‌ها به یکی از بهترین مدل‌ها در این کلاس بافت تبدیل شدند. مدل لگاریتمی که در کلاس‌های دیگر بافت برآذش نسبتاً قابل قبولی داشت، بدترین برآذش را دارد. در این کلاس بافت نسبت به کلاس‌های دیگر بافت میزان تغییرات R^2 در مدل فردهاند تا حدی افزایش و در سه مدل فراکتال، نمایی و لگاریتمی-نمایی به صورت محسوسی کاهش یافت. در این کلاس بافت، مدل



شکل ۴. نمودارهای جعبه‌ای ضرایب تعیین هشت مدل PSD مورد مطالعه در چهار کلاس بافت SiL، SiCL، SL و SiC (F = مدل فردلاند، G = مدل گمپرتز، FR = مدل فراکتال، J = مدل جیکی، L = مدل لگاریتمی، E = مدل لگاریتمی-نمایی و LE = مدل ون‌گنوختن)



شکل ۵. تعداد نمونه‌هایی از هر مدل PSD که نسبت به سایر مدل‌ها در کلاس‌های بافت نشان داده شده دارای کمترین مقدار AIC هستند. اعداد بالای هر ستون نشان دهنده تعداد نمونه‌های هر کلاس بافت است. (G = مدل گمپرتز، FR = مدل فراکتال، J = مدل جیکی، L = مدل لگاریتمی، E = مدل نمایی، LE = مدل لگاریتمی-نمایی و VG = مدل ون‌گنوختن)

مدل ونگنوختن ذرات تشکیل دهنده دو جزء رس و سیلت را به خوبی تخمین می‌زند ولی خطای این مدل در پیش‌بینی ذرات تشکیل دهنده جزء شن (ذرات با اندازه‌های $0.005\text{--}0.025\text{ m}$) و 0.05 m میلی‌متری) افزایش می‌یابد. این یافته بر خلاف نتیجه‌گیری هوانگ (۸) است که نشان داد خطای مدل ونگنوختن در جزء رس (ذره با اندازه 0.002 m میلی‌متری) نسبتاً زیاد است. احتمالاً دلیل خطای زیاد مدل ونگنوختن در پیش‌بینی جزء رس در مطالعه‌ی هوانگ (۸) این است که هوانگ تنها ذره 0.002 m میلی‌متری جزء رس را اندازه‌گیری کرد حال آنکه در مطالعه حاضر سه جزء رس $0.001\text{--}0.002\text{--}0.003\text{ m}$ میلی‌متری اندازه‌گیری شده است.

ضعیف‌ترین برازش در اندازه‌های $0.001\text{--}0.005\text{ m}$ میلی‌متری به مدل لگاریتمی، در اندازه‌های $0.003\text{--}0.025\text{ m}$ میلی‌متری به مدل جیکی و در چهار اندازه $0.001\text{--}0.002\text{--}0.004\text{--}0.005\text{ m}$ میلی‌متری به مدل نمایی (همین‌طور فراکتال و لگاریتمی-نمایی) مربوط می‌شود. از آنجایی که مدل‌های نمایی، فراکتال و لگاریتمی-نمایی دارای بیشترین خطای در چهار اندازه $0.001\text{--}0.004\text{--}0.005\text{ m}$ میلی‌متری هستند، ضعیف‌ترین برازش را نسبت به سایر مدل‌ها دارند.

اثر بافت بر برازش مدل‌های PSD

وابستگی برازش مدل‌های PSD به درصد رس نمونه‌های خاک در شکل ۷ نشان داده شده است. در مطالعه حاضر، برازش دو مدل فردنلاند و گمپرتز با بالا رفتن درصد رس نمونه‌های خاک از 25% بهبود یافت (شکل ۷). بر خلاف این دو مدل، برازش بقیه مدل‌ها از جمله مدل ونگنوختن تحت تأثیر درصد رس قرار نگرفت (شکل ۷). هوانگ و همکاران (۷) نشان دادند که برازش اکثر مدل‌های PSD با افزایش درصد رس نمونه‌های خاک بهبود یافت. هوانگ (۸) خاطر نشان کرد که دو مدل فردنلاند و گمپرتز برازش برآشی خوب و مشابهی در درصد رس بالاتر از 60% دارند. ولی برازش مدل ونگنوختن با افزایش رس از مقدار 50% کاهش می‌یابد بنابراین، احتمالاً این مدل

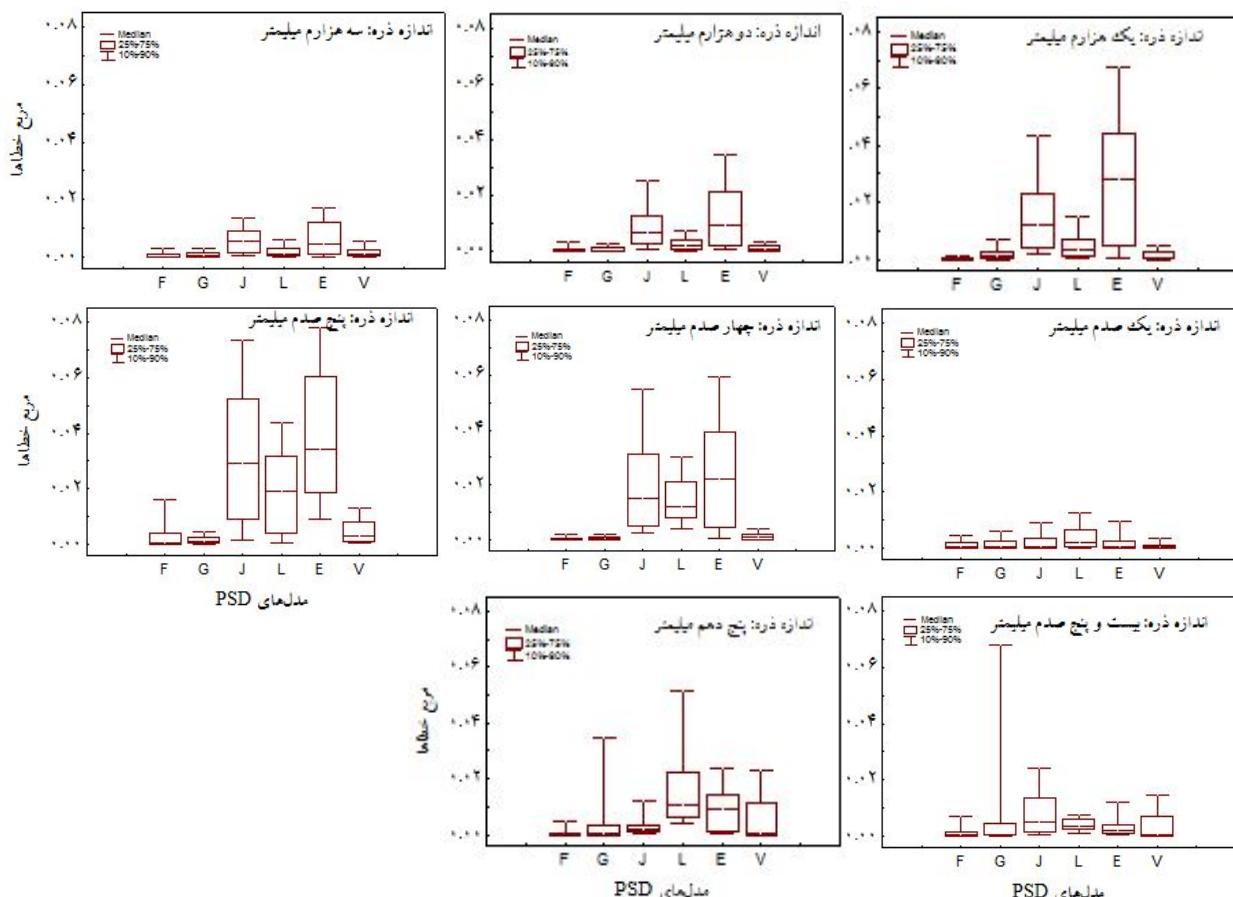
سیلتی و رس سیلتی ضعیف‌ترین برازش را دارند و بهترین برازش‌ها تنها به دو مدل فردنلاند و گمپرتز مربوط است. همان‌طور که در شکل ۵ دیده می‌شود، مدل فردنلاند در همه کلاس‌های بافت نسبت به سایر مدل‌ها بهترین برازش را به خود اختصاص داده و کمترین مقدار AIC را در تعداد بیشتری از نمونه‌های مربوط به هر کلاس بافت دارد. بنابراین مدل فردنلاند نسبت به بقیه مدل‌ها برای توصیف PSD این کلاس‌های بافت، مدل بهتری است. این نتایج مطابق با نتایج به دست آمده از معیار R^2 است.

مدل گمپرتز که بر اساس دو معیار R^2 و AIC برازش نسبتاً خوبی داشت (شکل ۲ و ۳)، تعداد اندکی از کمترین مقدار متوسط AIC را در سه کلاس بافت لوم سیلتی، لوم رس سیلتی و لوم شنی به خود اختصاص می‌دهد. مدل ونگنوختن نیز در هیچ یک از نمونه‌های هر یک از کلاس‌های بافت بهترین برازش را نداشته است. این دو نکته نشان‌دهنده این واقعیت هستند که همیشه مدل‌های PSD که در کل نمونه‌های خاک برازش خوبی داشته‌اند، مدل‌های مناسبی برای تک تک کلاس‌های بافت نیستند (۸).

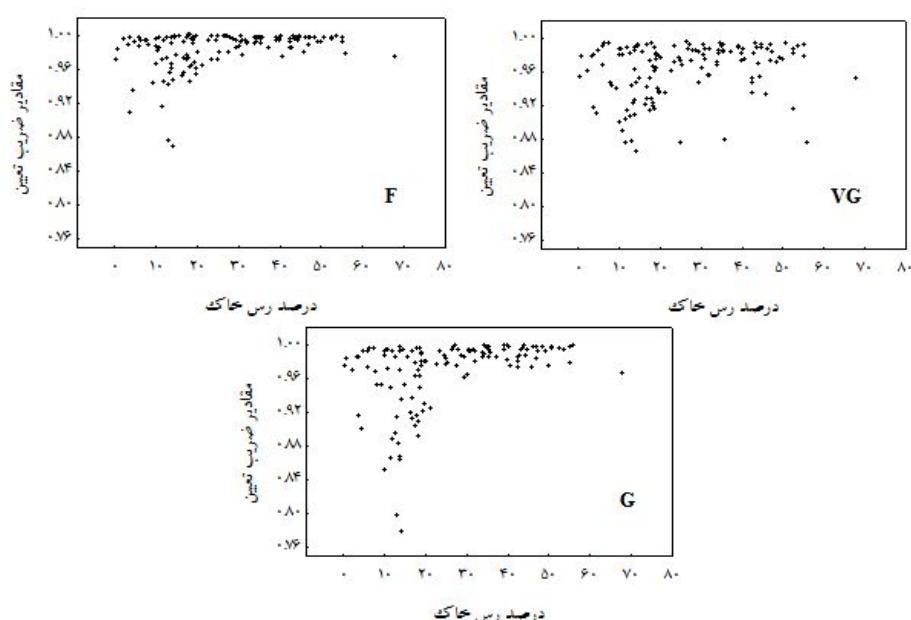
مقایسه برازش مدل‌ها در طول دامنه توزیع اندازه ذرات

برازش مدل‌های PSD در طول دامنه اندازه‌های ذرات هم ممکن است متفاوت باشد. شکل ۶ توزیع مریع خطاهای شش مدل مورد مطالعه را در اندازه‌های مختلف ذرات نشان می‌دهد. از آنجایی که برازش دو مدل فراکتال و لگاریتمی-نمایی دقیقاً با هم و با مدل نمایی یکسان بود، در شکل تنها مدل نمایی آورده شده است.

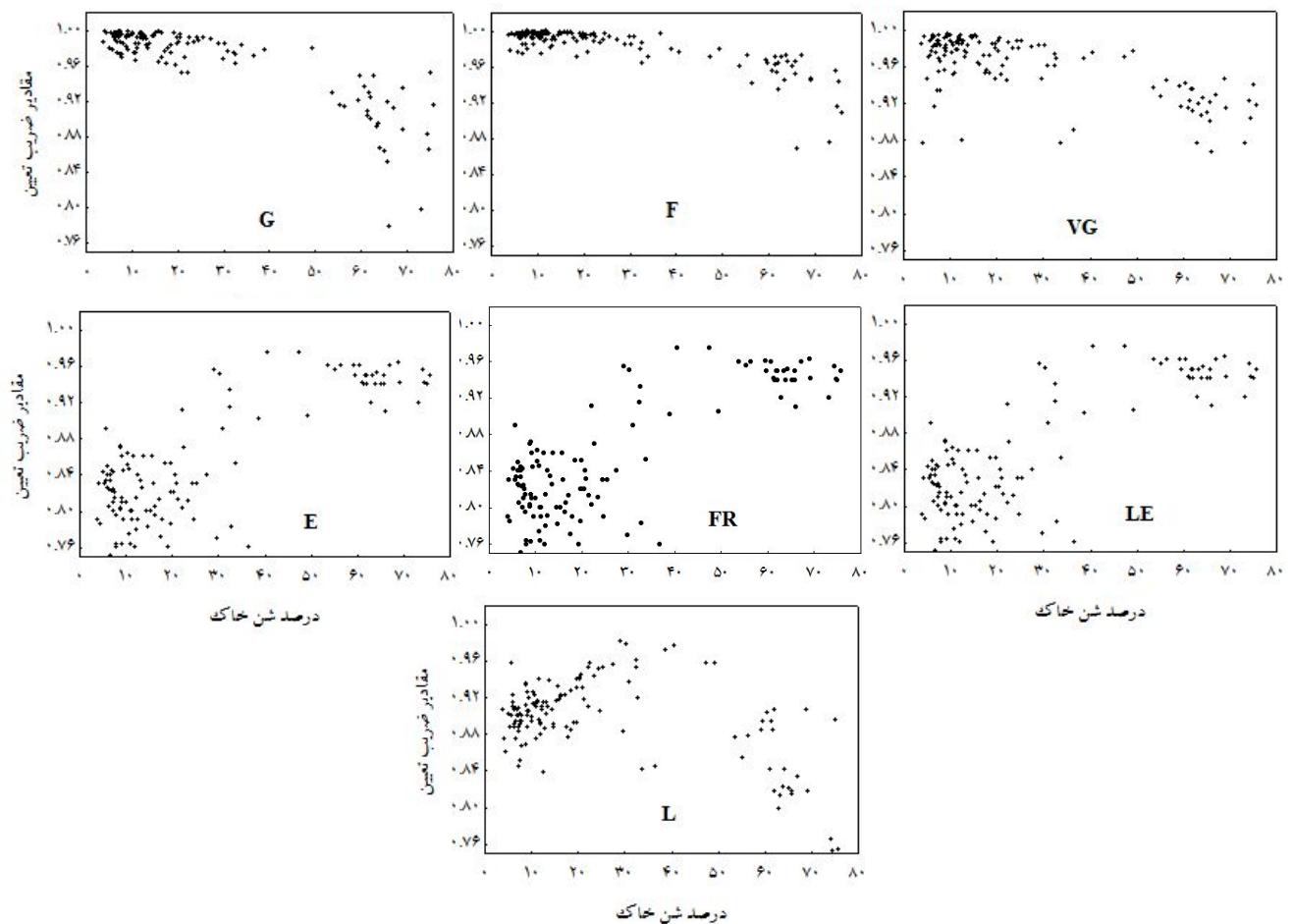
مدل‌های فردنلاند، گمپرتز و ونگنوختن که بر اساس آماره‌های مختلف در مجموع بهترین بودند، در کلیه قطره‌های اندازه‌گیری شده نیز کمترین خطای دارند. مدل فردنلاند در اندازه‌های $0.001\text{--}0.004\text{--}0.005\text{ m}$ میلی‌متری بهترین برازش را داشت. در اندازه‌های $0.002\text{--}0.005\text{ m}$ میلی‌متری هم بهترین مدل، مدل گمپرتز بود.



شکل ۶. توزیع مجذور خطاهای شش مدل PSD در اندازه‌های مختلف ذرات. (F = مدل فرولاند، G = مدل گمپرتز، J = مدل جیکی، L = مدل لگاریتمی، E = مدل نمایی و V = مدل ون گنوختن)



شکل ۷. رابطه بین ضرایب تعیین سه مدل PSD فرولاند، ون گنوختن و گمپرتز با درصد رس نمونه‌های خاک. (F = مدل فرولاند، VG = مدل ون گنوختن و G = مدل گمپرتز)



شکل ۸. رابطه بین ضرایب تعیین هفت مدل PSD ون گنوختن، فردلاند، گمپرتز، لگاریتمی - نمایی، فراکتال، نمایی و لگاریتمی با درصد شن نمونه‌های خاک. (VG = مدل ون گنوختن، F = مدل فردلاند، G = مدل گمپرتز، LE = مدل لگاریتمی - نمایی، FR = مدل فراکتال، E = مدل نمایی و L = مدل لگاریتمی)

رابطه بین R^2 های چهار مدل فردلاند، گمپرتز و ون گنوختن و فراکتال با درصد سیلت نمونه‌ها در شکل ۹ آورده شده است. برآذش دو مدل فردلاند و گمپرتز در مقدار سیلت بیشتر از ۴۰٪ بهبود یافته در حالی که برآذش مدل فراکتالی با افزایش مقدار سیلت کاهش یافته است.

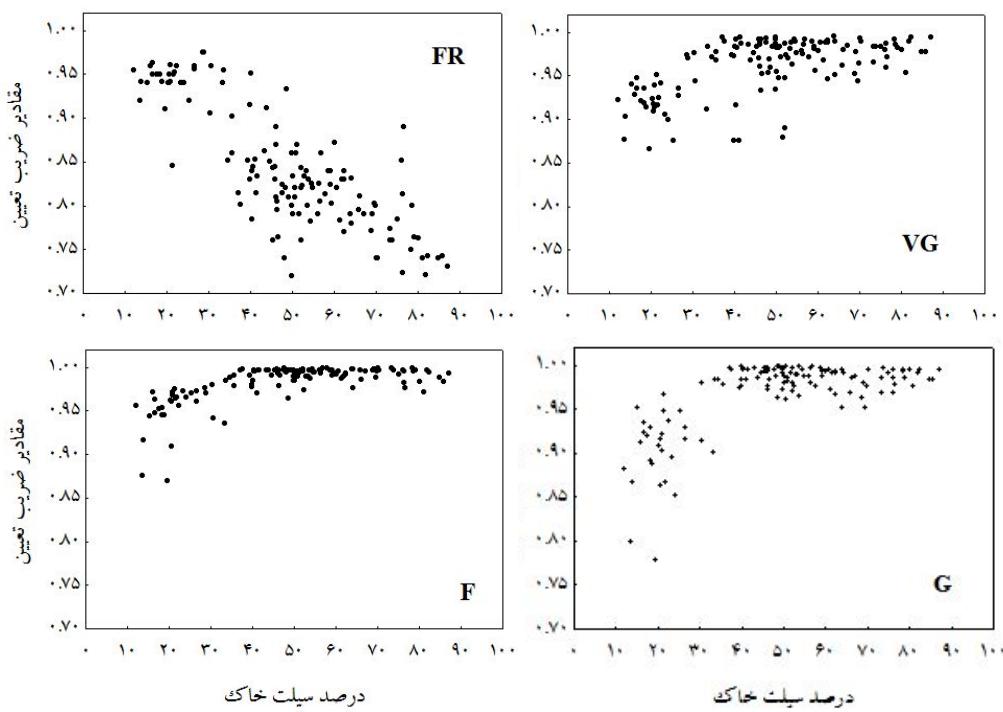
نتیجه گیری

نتایج این پژوهش نشان می‌دهند که در مجموع بر اساس معیار R^2 مدل چهار ضربی فردلاند بهترین برآذش را دارد و مقادیر R^2 دو مدل گمپرتز و ون گنوختن بالاتر از مدل‌های دیگر است.

برای خاک‌های حاوی رس بیشتر از ۵۰٪ خوب نیست. رابطه بین برآذش هفت مدل فردلاند، ون گنوختن، گمپرتز، لگاریتمی، فراکتال، لگاریتمی - نمایی و نمایی با درصد شن نمونه‌های خاک در شکل ۸ آورده شده است. با افزایش درصد شن از ۴۰٪ برآذش مدل‌های فردلاند، ون گنوختن و گمپرتز کاهش یافته است. برخلاف این سه مدل، برآذش سه مدل فراکتال، لگاریتمی - نمایی و نمایی با افزایش شن همواره افزایش یافته است. برآذش مدل لگاریتمی نیز تا ۴۰٪ شن افزایش و از آن به بعد کاهش می‌یابد.

برای تعداد پارامتر بیشتر جریمه‌ای اعمال می‌کند، نیز تأیید شد.

برتری مدل فردنلند بر مدل‌های دیگر بر اساس معیار AIC که



شکل ۹. رابطه بین ضرایب تعیین چهار مدل PSD ون گنوختن، فراکتال، گمپرتز و فردنلند با درصد سیلت نمونه‌های خاک.
(F = مدل گمپرتز و G = مدل فردنلند، VG = مدل ون گنوختن، FR = مدل فراکتال)

از آنجایی که همه نتایج به دست آمده از این پژوهش با این که در تعداد نمونه کمتری انجام شد با نتایج مطالعات هوانگ (۸) مطابقت دارد، می‌توان نتیجه گرفت که احتمالاً نتایج مدل‌های مورد مطالعه تعمیم‌پذیر هستند. با این حال برای تعیین بهترین مدل PSD به منظور تخمین دقیق‌تر خواص هیدرولیکی خاک، مطالعه مدل‌های مختلف PSD در کلیه کلاس‌های بافت خاک و نیز در مناطق دیگر کشور توصیه می‌شود و پیشنهاد می‌شود که علاوه بر این مدل‌ها، مدل‌های PSD دیگر نیز مورد مطالعه قرار بگیرند.

با بررسی جدایانه برآذش مدل‌های مختلف PSD در چهار کلاس بافت لوم سیلتی، لوم رس سیلتی، رس سیلتی و لوم شنی مشخص شد که مدل فردنلند در همه این کلاس‌های بافت بر مدل‌های دیگر ارجحیت دارد بنابراین برای توصیف دامنه کامل توزیع اندازه ذرات خاک آنها توصیه می‌شود.

بافت خاک بر برآذش مدل‌های مختلف PSD تأثیر می‌گذارد. برآذش مدل‌های فردنلند و گمپرتز با افزایش درصد رس و برآذش سه مدل فراکتال، نمایی و لگاریتمی-نمایی با افزایش مقدار شن بهبود یافت. هم‌چنین رابطه معکوسی بین برآذش مدل فراکتالی با مقدار سیلت نمونه‌های خاک دیده شد.

منابع مورد استفاده

- Assouline, S., D. Tessier and A. Bruand. 1998. A conceptual model of the soil water retention curve. Water Resour. Res. 34: 223-231.
- Bittelli, M., G. S. Campbell and M. Flury. 1999. Characterization of particle-size distribution in soils with a

- fragmentation model. *Soil Sci. Soc. Amer. J.* 63: 782-788.
- 3. Buchan, G. D., K. S. Grewal and A. B. Robson. 1993. Improved models of particle-size distribution: An illustration of model comparison techniques. *Soil Sci. Soc. Amer. J.* 57: 901-908.
 - 4. Fredlund, M. D., D. G. Fredlund and G. W. Wilson. 2000. An equation to represent grain-size distribution. *Can. Geotech. J.* 37: 817-827.
 - 5. Gimenez, D., W. J. Rawls, Y. Pachepsky and J. P. C. Watt. 2001. Prediction of a pore distribution factor from soil textural and mechanical parameters. *Soil Sci.* 166: 79-88.
 - 6. Haverkamp, R. and J. Y. Parlange. 1986. Predicting the water retention curve from a particle-size distribution: 1. Sandy soils without organic matter. *Soil Sci.* 142: 325-339.
 - 7. Hwang, S. I., K. P. Lee, D. S. Lee and S. E. Powers. 2002. Models for estimating soil particle-size distributions. *Soil Sci. Soc. Amer. J.* 66: 1143-1150.
 - 8. Hwang, S. I. 2004. Effect of texture on the performance of soil particle-size distribution models. *Geoderma* 123: 363-371.
 - 9. Jaký, J. 1944. Soil mechanics. (In Hungarian.) Egyetemi Nyomda, Budapest.
 - 10. Johnson, N. L. and S. Kotz. 1970. Distributions in statistics. Continuous Univariate Distributions., John Wiley & Sons Pub., New York.
 - 11. Kolev, B., S. Rousseva and D. Dimitrov. 1996. Derivation of soil water capacity parameters from standard soil texture information for Bulgarian soils. *Ecol. Model.* 84: 315-319.
 - 12. Kravchenko, A. and R. Zhang. 1998. Estimating the soil water retention from particle-size distribution: a fractal approach. *Soil Sci.* 163: 171-179.
 - 13. Medina, H., M. Tarawally, A. D. Valle and M. E. Ruiz. 2002. Estimation soil water retention curve in rhodic ferralsols from basic soil data. *Geoderma* 108: 277-285.
 - 14. Montero, E. 2005. Renyi dimensions of soil particle-size distributions. *Ecol. Model.* 182: 305-315.
 - 15. Nemes, A., J. H. M. Wosten, A. Lilly and J. H. O. Voshaar. 1999. Evaluation of different procedures to interpolate particle-size distribution to achieve compatibility within soil database. *Geoderma* 90: 187-202.
 - 16. Posadas, A. N. D., D. Gimenz, M. Bittelli, C. M. P. Vaz and M. Flury. 2001. Multifractal characterization of soils particle-size distributions. *Soil Sci. Soc. Amer. J.* 65: 1361-1367.
 - 17. Scott, H. D. 2000. Soil Physics, Agricultural and Environmental Applications. Iowa State University Press. Ames, Iowa, 410.
 - 18. Shiozawa, S. and G. S. Campbell. 1991. On the calculation of mean particle diameter and standard deviation from sand, silt and clay fractions. *Soil Sci.* 152:427-431.
 - 19. Soil Survey Staff. 1996. Soil Survey Laboratory Methods Manual. Report No. 42, USDA, NRCS, NCSS, USA.
 - 20. Skaggs, T. H., L. M. Arya, P. J. Shouse and B. P. Mohanty. 2001. Estimating particle-size distribution from limited soil texture data. *Soil Sci. Soc. Amer. J.* 65:1038-1044.
 - 21. StatSoft, Inc. 2007. STATISTICA (data analysis software system), version 8.0. www.statsoft.com.
 - 22. Zhuang, J., Y. Jin and T. Miyazaki. 2001. Estimating water retention characterization from soil particle-size distribution using a non-similar media concept. *Soil Sci.* 166: 308-321.