تعیین الگوی کشت با استفاده از برنامه‌ریزی فازی خاکستری
مطالعه موردی شهرستان قوچان

فاطمه رستگاری پور و محمود صبوحی[1*]

(تاریخ دریافت: ۱۳۸۷/۷/۲۰ ؛ تاریخ پذیرش: ۱۳۸۸/۳/۹)

چکیده

در مطالعه حاضر، برنامه‌ریزی فازی خاکستری برای تعیین الگوی کشت در بخش مرکزی شهرستان قوچان استفاده شد. داده‌های مورد نیاز از مرکز تحقیقات آلماجق برای سال زراعی ۸۶ جمع‌آوری گردید. نتایج نشان داد که سطح زیر کشت فعلی گندم آبی، جو آبی و یونجه بیشتر از حد بالای بازه سطح زیرکشت آنها و جو دیم، کمتر از حد پایین بازه سطح زیرکشت آن است. سطح زیر کشت فعلی گندم دیم و چغندر قند در بازه در نظرگرفته شده قرار داشت. افزون بر آن، درجه خاکستری بودن مجموعه جواب حاصل از برنامه‌ریزی خاکستری با استفاده از راه‌کار برنامه‌ریزی فازی خاکستری به میزان ۴۸ درصد کاهش یافت. با توجه به یافته‌ها، کاهش سطح زیر کشت گندم آبی، جوآبی و یونجه و افزایش سطح زیرکشت جو دیم توصیه می‌شود.

واژه‌های کلیدی: برنامه‌ریزی خاکستری، برنامه‌ریزی فازی خاکستری، الگوی کشت

مقدمه

بقا و رفاه انسان بستگی به مدیریت کارآمد منابع طبیعی و کشاورزی دارد. به موازات رشد جوامع، مدیریت این منابع پیچیده‌تر شده است. عواملی همچون افزایش جمعیت، توسعه شهرنشینی، رشد درآمد و تغییر الگوی مصرف غذایی سبب توجه بیشتر به افزایش بهره‌وری زمین‌های زراعی و منابع در دسترس کشاورزان شده است. بنابراین، مدیران واحدهای کشاورزی نیاز به تولید محصولات کشاورزی با کاربرد روش‌های گوناگون دارند (۱).

برنامه‌ریزی خطی ساده یکی از روش‌هایی است که از دیر باز در مدیریت واحدهای کشاوری مورد استفاده قرارگرفته است. ولی، به دلیل نیاز به اطلاعات و داده‌های دقیق در بسیاری از تصمیم‌گیری‌های دنیای واقعی نتایج قابل قبولی ارائه نمی‌دهد (۱۱). توجه به این موضوع در بخش کشاورزی به دلیل وجود شرایط ریسک و عدم حتمیت بیشتر نسبت به سایر بخش‌های اقتصاد اهمیت زیادی دارد(۲). به عبارت دیگر، در جهان واقعی بسیاری از اطلاعات ناشناخته هستند. این اطلاعات غیردقیق و مبهم معمولاً توسط اعداد قطعی بیان می‌شوند، که

۱. به ترتیب دانشجوی سابق کارشناسی ارشد و استادیار اقتصاد کشاورزی، دانشکده کشاورزی، دانشگاه زابل

* : مسئول مکاتبات، پست الکترونیکی: msabuhi39@yahoo.com

برای توجه و در نظرگرفتن عدم حتمیت نادرست است(۸). برای حل این مشکل دو تکنیک برنامه‌ریزی فازی(Fuzzy Programming = FP) و پارامتر بازه‌ای (Interval Parameter Programming = IPP) مطرح شده است.

برنامه‌ریزی فازی به دلیل این که امکان دخالت داده‌های غیردقیق و مبهم را در پارامترهای مدل، به تصمیم گیرندگان می‌دهد، نسبت به مدل‌های کلاسیک برنامه‌ریزی ریاضی برای استفاده در مسایل بهینه‌سازی الگوی کشت محصولات زراعی، دارای کاربرد و انعطاف‌پذیری بیشتری بوده و نتایج حاصل قابل اعتمادتر می‌باشد(۵، ۸، ۱۳ و ۲۰). این برنامه‌ریزی شامل دو برنامه‌ریزی امکانی و انعطاف‌پذیری است. به علت پیچیدگی زیاد برنامه‌ریزی امکانی کاربرد آن در حل مسایل گسترده جهان واقعی مشکل است. از طرف دیگر، امکان لحاظ کردن مستقیم متغیر تصمیم در این برنامه‌ریزی وجود ندارد(۱۲). برنامه‌ریزی انعطاف‌پذیری، پیچیدگی کمتری دارد و در حل مسایل عملی می‌تواند کارساز باشد. ولی، در این برنامه‌ریزی امکان در نظر گرفتن عدم حتمیت در تابع هدف و سمت چپ مدل وجود ندارد. افزون بر آن، این نوع برنامه‌ریزی فازی نمی‌تواند عدم قطعیت در اطلاعات ورودی را به طور مستقیم در فرآیند بهینه‌سازی و جواب‌های مدل لحاظ کند. البته این نوع برنامه‌ریزی، به طور کارا عدم حتمیت سمت راست محدودیت‌ها را در نظر می‌گیرد ولی، قادر به در نظر گرفتن عدم حتمیت در ضرایب تابع هدف و محدودیت‌ها(عدم حتمیت سمت چپ مدل) نیست (۱۲).

برنامه‌ریزی خاکستری یکی از روش‌های تحلیل سیستم‌های خاکستری، برای تصمیم‌گیری تحت شرایط عدم حتمیت است. تئوری برنامه‌ریزی خاکستری توسط دنگ (۱۹۸۰) و بعدها توسط هانگ (۱۱)، برای حل مسایل عدم حتمیت بیان شد. یک عدد که ارزش واقعی آن به طور قطعی نمی‌تواند بیان شود ولی، توسط یک بازه شناخته می‌شود یک عدد خاکستری است. برای مثال اگر $\otimes(a)$ یک عدد خاکستری باشد، آنگاه رابطه $\otimes(a) = \left[\underline{\otimes}(a), \overline{\otimes}(a)\right]$ برقرار است (۱۶). به طوری که $\overline{\otimes}(a)$ حد بالا و $\underline{\otimes}(a)$ حد پایین عدد خاکستری می‌باشد. بنابراین یک عدد خاکستری یک فاصله را ارائه می‌دهد که دارای حد بالا و پایین است. هر عدد سفید (قطعی) عددی است که در این بازه قرار می‌گیرد (۱۱). در تحلیل خاکستری، سیستم به سه حالت سفید، سیاه و خاکستری تقسیم می‌شود. سیستم سفید اطلاعات شناخته شده‌ای را ارائه می‌دهد. در مقابل، سیستم سیاه اطلاعات کاملاً ناشناخته‌ای را به همراه دارد. سیستم خاکستری هر دو نوع اطلاعات شناخته شده و ناشناخته را در بر دارد (۷ و ۱۰).

مدل IPP برخلاف مدل‌های ذکر شده عدم حتمیت سمت چپ مدل را به خوبی بیان می‌کند ولی، قادر به بیان عدم حتمیت سمت راست مدل نیست. همچنین، اگر عدم قطعیت سیستم افزایش یابد، درجه خاکستری بودن مجموعه جواب ارائه شده توسط این مدل افزایش یافته و از کارایی و قابل استفاده بودن آن کاسته می‌شود. به عبارت دیگر، برای مدیر سیستم مجموعه جواب حاصل ممکن است قابل استفاده نباشد (۱۹). افزون بر آن، در حالی که در روش IPP پارامترهای اولیه با عدم حتمیت و به صورت بازه‌ای در مدل وارد می‌شوند، حد بالا و پایین این فواصل نیز ممکن است دارای عدم حتمیت باشند که در این روش به آن توجه نمی‌شود و در نتیجه عدم حتمیت دوگانه‌ای رخ می‌دهد. یک راه‌کار برای ارائه کامل عدم حتمیت ترکیب دو روش FP و IPP است. این روش عدم حتمیت سمت راست و چپ مدل را هم‌زمان در نظر می‌گیرد. ترکیب روش FP و IPP به راه‌کار برنامه‌ریزی فازی خاکستری منجر شده (۱۵، ۱۹ و ۲۱) و سبب افزایش کارایی دو مدل گردیده است.

تا کنون مطالعاتی در زمینه برنامه‌ریزی فازی، خاکستری و فازی خاکستری انجام شده است. جاراج و همکاران (۱۴) در هند، بهینه‌سازی سیستم‌های چند مخزنی را با استفاده از مدل فازی انجام دادند. برنامه‌ریزی خاکستری توسط هانگ (۹) برای تخصیص بهینه منابع آب در یک سیستم کشاورزی در کانادا به کار گرفته شد. ماسود و همکاران (۱۹) با استفاده از روش برنامه‌ریزی تصادفی دو مرحله‌ای فازی با پارامترهای بازه‌ای در

شرایط عدم حتمیت (Interval-parameter Fuzzy Two-stage Stochastic Programming) مـدیریت منـابع آب در کانـادا و سیاست‌های لازم برای مواجهه با کم آبی را مورد بررسـی قـرار دادند. لی و همکـاران (۱۷) مـدل برنامـه‌ریـزی تـصادفی چنـد مرحلــه‌ای بــا پارامترهــای بــازه‌ای (Interval- parameter programming) را برای مـدیریت منـابع آب در کانـادا تحـت سناریوهای متفاوت به کار گرفتند. هـم‌چنـین، لـی و همکـاران (۱۸) برنامه‌ریزی چندمرحله‌ای فازی بازه‌ای را برای بهینه‌سازی آب سد در کانادا مورد استفاده قرار دادند. اکبـری و زاهـدی بـا استفاده از منطق فازی الگوی مناسب کشت محصولات زراعـی در همـدان را مـورد بررسـی قـرار دادنـد. نتـایج نـشان داد کـه محصولات جو آبی و آفتابگردان در هیچ یک از الگوهای کشت زراعی منطقه وارد نشده است. کشت گندم، ذرت، چغندرقنـد و سیب زمینی نیز در برخی سناریوها پیشنهاد شـد(۲). کهنـسال و محمدیان با کاربرد برنامه‌ریزی آرمانی فازی به بررسـی الگـوی کشت بهینه در مشهد پرداختند. آنها بیـان کردنـد کـه بـا ایجـاد انعطاف‌پذیری در ضرایب مدل و با درنظرگـرفتن تفکـر فـازی، شرایط الگوی کشت به طور نسبی بهبود مـی‌یابـد و از منـابع و نهاده‌ها به نحو مطلوب‌تری استفاده مـی‌شـود(۳). اسـد پـور و همکاران با کاربرد روش برنامه‌ریـزی خطـی آرمـانی فـازی در طراحی الگوی کشت دشت جلگه‌ای واقع در زیر حوضه هـراز به این نتیجه رسیدند که با ایجاد انعطاف در آرمان‌هـا در سـمت راست مدل فازی، منابع به نحو بهتری تخصیص می‌یابد و سطح زیر کشت توسعه پیدا می‌کند(۱). محمدی و گیوی بـه ارزیـابی تناسب زراعی برای گندم آبی در منطقه اصـفهان بـا اسـتفاده از مدل فازی پرداختند. آنها دریافتند که هم بستگی به مراتب بیشتر مشاهده شده بین شاخص اراضی و عملکرد محـصول در روش فازی نشان‌دهنده پتانسیل کـاربری و مفیـد بـودن ایـن روش در ارزیـابی تناسـب اراضـی اسـت (۴). در زمینـه برنامـه‌ریـزی خاکستری و فازی خاکستری تا کنـون در ایـران کـار کـاربردی انجام نشده است. کاربرد روش فازی خاکستری سبب مـی‌شـود درجه خاکستری بودن مجموعه جواب برنامه‌ریزی خاکستری و محدودیت‌های ناشی از برنامه‌ریزی فـازی کـاهش و در نتیجـه مجموعه جواب حاصل بهبود یابد. با توجه به محدودیت آب و سایر نهاده‌ها در بخـش مرکـزی قوچـان، ارائـه الگـوی کـشت مناسب در این منطقه ضروری است، لذا، در مطالعـه حاضـر بـه معرفـی راه‌کارهـای (Grey Linear Programming = GLP) و (Grey Fuzzy Linear Programming = GFLP) پرداختـه و سپس الگوی کشت بهینه شهرستان قوچان بـا اسـتفاده از مـدل برنامه‌ریزی فازی خاکستری تعیین شد.

مواد و روش‌ها

معرفی برنامه‌ریزی خاکستری

یک عدد خاکستری به صورت زیر تعریف می‌شود (۱۹).

$$\otimes(x)^{\pm} = \left[\otimes(x)^{-}, \otimes(x)^{+}\right] = \left\{t \in \otimes(x) \;\middle|\; \otimes(x)^{-} \le t \le \otimes(x)^{+}\right\} \quad [۱]$$

که در آن x^{-} و x^{+} به عنوان حد بالا و پایین $x^{\pm}$ تعریف می شوند و هنگامی که x^{+} و x^{-} با هم برابرند، این فاصله به عدد قطعی x تبدیل می‌شود.

روابط زیر در مورد $x^{\pm}$ به کار می‌رود (۱۹).

$$\begin{array}{lll}
\otimes(x)^{\pm} \ge 0 & \text{iff} & \otimes(x)^{-} \ge 0, \ \otimes(x)^{+} \ge 0 \\
\otimes(x)^{\pm} \le 0 & \text{iff} & \otimes(x)^{-} \le 0, \ \otimes(x)^{+} \le 0 \\
\otimes(x)_1^{\pm} \le \otimes(x)_2^{\pm} & \text{iff} & \otimes(x)_1^{-} \le \otimes(x)_2^{-}, \ \otimes(x)_1^{+} \le \otimes(x)_2^{+} \\
\otimes(x)_1^{\pm} \prec \otimes(x)_2^{\pm} & \text{iff} & \otimes(x)_1^{-} \prec \otimes(x)_2^{-}, \ \otimes(x)_1^{+} \prec \otimes(x)_2^{+}
\end{array} \quad [۲]$$

هـم‌چنـین قـوانین جمـع، تفریـق، ضـرب و تقـسیم در اعـداد خاکستری به صورت زیر تعریف می‌شود(۱۹).

$$\begin{array}{l}
\otimes(x)_1^{\pm} + \otimes(x)_2^{\pm} = \left[\otimes(x)_1^{-} + \otimes(x)_2^{-}, \otimes(x)_1^{+} + \otimes(x)_2^{+}\right] \\
\otimes(x)_1^{\pm} - \otimes(x)_2^{\pm} = \left[\otimes(x)_1^{-} - \otimes(x)_2^{+}, \otimes(x)_1^{+} - \otimes(x)_2^{-}\right] \\
\otimes(x)_1^{\pm} * \otimes(x)_2^{\pm} = \left[\min\{\otimes(x)_1 * \otimes(x)_2\}, \max\{\otimes(x)_1 / \otimes(x)_2\}\right], \\
\quad \otimes(x)_1^{-} \le \otimes(x) \le \otimes(x)_1^{+}, \otimes(x)_2^{-} \le \otimes(x) \le \otimes(x)_2^{+} \\
\otimes(x)_1^{\pm} / \otimes(x)_2^{\pm} = \left[\min\{\otimes(x)_1 / \otimes(x)_2\}, \max\{\otimes(x)_1 / \otimes(x)_2\}\right], \\
\quad \otimes(x)_1^{-} \le \otimes(x) \le \otimes(x)_1^{+}, \otimes(x)_2^{-} \le \otimes(x) \le \otimes(x)_2^{+}
\end{array} \quad [۳]$$

برای هر $x^{\pm}$، تابع علامت $\mathrm{sign}(x^{\pm})$ به صورت زیـر تعریـف می‌شود.

$$\mathrm{sign}\otimes(x)^{\pm} = \begin{cases} 1 & \text{if } \otimes(x)^{\pm} \ge 0, \\ -1 & \text{if } \otimes(x)^{\pm} < 0. \end{cases} \quad [۴]$$

برای هر $x^{\pm}$، تابع قدر مطلق به صورت زیر تعریف می‌شود.

$$|\otimes(x)|^{\pm}=\begin{cases}\otimes(x)^{\pm} & \text{if } \otimes(x)^{\pm}\ge 0\\ -\otimes(x)^{\pm} & \text{if } \otimes(x)^{\pm}<0\end{cases} \quad [5]$$

بنابراین داریم:

$$|\otimes(x)|^{-}=\begin{cases}\otimes(x)^{-} & \text{if } \otimes(x)^{\pm}\ge 0\\ -\otimes(x)^{+} & \text{if } \otimes(x)^{\pm}<0\end{cases} \quad [6]$$

$$|\otimes(x)|^{+}=\begin{cases}\otimes(x)^{+} & \text{if } \otimes(x)^{\pm}\ge 0\\ -\otimes(x)^{-} & \text{if } \otimes(x)^{\pm}<0\end{cases}$$

برنامه‌ریزی خاکستری به صورت زیر فرمول‌بندی می‌شود (۱۲).

$$\begin{aligned}&\text{Min } \otimes(f)=\otimes(C)\otimes(X)\\ &\text{subject to}: \otimes(A)\otimes(X)\le\otimes(B)\\ &\otimes(x_j),\otimes(x_j)\in\otimes(X),\quad \forall j=1,....,n\\ &\text{where}\\ &\otimes(C)=[\otimes(c_1),\otimes(c_2),...,\otimes(c_n)],\\ &\otimes(X)^T=[\otimes(x_1),\otimes(x_2),...,\otimes(x_n)],\\ &\otimes(B)^T=[\otimes(b_1),\otimes(b_2),...,\otimes(b_m)],\\ &\otimes(A)=\{\otimes(a_{ij})\},\quad \forall i=1,...,m,\ j=1,...,n.\end{aligned} \quad [7]$$

بـه ازای بردارهـای خاکـستری $\otimes(C)$ و $\otimes(B)$ و مـاتریس خاکستری $\otimes(A)$، روابط زیر برقرار است.

$$\begin{aligned}&\otimes(c_j)=[\underline{\otimes}(c_j),\overline{\otimes}(c_j)] && \forall j\\ &\otimes(b_j)=[\underline{\otimes}(b_j),\overline{\otimes}(b_j)] && \forall i\\ &\otimes(a_{ij})=[\underline{\otimes}(a_{ij}),\overline{\otimes}(a_{ij})] && \forall i,j\end{aligned} \quad [8]$$

زمانی کـه برخـی از پارامترهـای موجـود در تـابع هـدف و در محدودیت‌ها اعداد خاکستری هستند، حد بالا و پایین جواب به صورت زیر خواهد بود.

$$\begin{aligned}&\otimes(f^*)=[\underline{\otimes}(f^*),\overline{\otimes}(f^*)]\\ &\otimes(X^*)=[\otimes(x_1^*),\otimes(x_2^*),...,\otimes(x_n^*)]\\ &\otimes(x_j^*)=[\underline{\otimes}(x_j^*),\overline{\otimes}(x_j^*)], && \forall j\end{aligned} \quad [9]$$

برنامه‌ریزی فازی خاکستری

برنامه‌ریـزی فـازی خاکـستری بـه صـورت زیـر فرمـول‌بنـدی می‌شود(۱۲).

$$\begin{aligned}&\text{Max } \otimes(\lambda)\\ &\text{subject to}\\ &[\otimes(E)\otimes(X)]_i\le d_i+(1-\otimes(\lambda))p_i,\ i=1,...,m+1\\ &\otimes(x_j)\ge 0,\otimes(x_j)\in\otimes(X),\ j=1,...,n\\ &0\le\otimes(\lambda)\le 1\\ &\text{where}\\ &\otimes(X)^T=[\otimes(x_1),\otimes(x_2),...,\otimes(x_n)]\\ &\otimes(E)=\{\otimes(e_{ij})\},\quad \forall i=1,...,m+1,\ j=1,...,n\end{aligned}$$

$$\otimes(e_{ij})=\begin{cases}\otimes(c_j) & i=1,\forall j\\ \otimes(a_{ij}) & i=2,3,...,m+1,\forall j\end{cases}$$

$$d_i=\begin{cases}\underline{\otimes}(f) & i=1\\ \underline{\otimes}(b_{i-1}) & i=2,3,...,m+1\end{cases}$$

$$p_i=\begin{cases}\overline{\otimes}(f)-\underline{\otimes}(f) & i=1\\ \overline{\otimes}(b_{i-1})-\underline{\otimes}(b_{i-1}) & i=2,3,...,m+1\end{cases} \quad [10]$$

که در آن به ازای ماتریس خاکستری $\otimes(E)$، رابطه زیـر برقـرار است.

$$\otimes(e_{ij})=[\underline{\otimes}(e_{ij}),\overline{\otimes}(e_{ij})],\qquad \forall i,j \quad [11]$$

با توجه به تعاریف ذکر شده، ساختار مدل برنامـه‌ریـزی فـازی خاکستری به صورت است (۱۲).

$$\begin{aligned}&\text{Max } \otimes(\lambda)\\ &\text{subject to}:\\ &\otimes(C)\otimes(X)\le\underline{\otimes}(f)+[1-\otimes(\lambda)][\overline{\otimes}(f)-\underline{\otimes}(f)]\\ &\otimes(A)\otimes(X)\le\underline{\otimes}(B)+[1-\otimes(\lambda)][\overline{\otimes}(B)-\underline{\otimes}(B)]\\ &\otimes(x_j)\ge 0,\otimes(x_j)\in\otimes(X),\ j=1,...,n\\ &0\le\otimes(\lambda)\le 1\\ &\text{where}\\ &\overline{\otimes}(B)^T=[\overline{\otimes}(b_1),\overline{\otimes}(b_2),...,\overline{\otimes}(b_n)],\\ &\underline{\otimes}(B)^T=[\underline{\otimes}(b_1),\underline{\otimes}(b_2),...,\underline{\otimes}(b_n)]\end{aligned} \quad [12]$$

زمـانی کـه برخـی از پارامترهـای موجـود در تـابع هـدف و محدودیت‌ها اعداد خاکستری هستند، جـواب بـه صـورت زیـر خواهد بود (۱۲).

$$\begin{aligned}
&\otimes(\lambda^*)=\left[\underline{\otimes}(\lambda^*),\overline{\otimes}(\lambda^*)\right],\\
&\otimes(f^*)=\left[\underline{\otimes}(f^*),\overline{\otimes}(f^*)\right],\\
&\otimes(X^*)=\left[\otimes(x_1^*),\otimes(x_2^*),\ldots,\otimes(x_n^*)\right],\\
&\otimes(x_j{}^*)=\left[\underline{\otimes}(x_j{}^*),\overline{\otimes}(x_j{}^*)\right] \qquad \forall j
\end{aligned} \qquad [۱۳]$$

روش حل برنامه‌ریزی خاکستری فازی

برنامه‌ریزی خاکستری با روش ارائه شده در زیر، به برنامه‌ریزی سفید(قطعی) تبدیل می‌شود(۱۲).

$$\begin{aligned}
&\text{Max } \otimes_m(\lambda)\\
&\text{subject to}\\
&\otimes_m(C)\otimes_m(X)\le\underline{\otimes}(f)+\left[1-\otimes_m(\lambda)\right]\left[\overline{\otimes}(f)-\underline{\otimes}(f)\right]\\
&\otimes_m(A)\otimes_m(X)\le\underline{\otimes}(B)+\left[1-\otimes_m(\lambda)\right]\left[\overline{\otimes}(B)-\underline{\otimes}(B)\right]\\
&‘\otimes_m(x_j)\ge 0,\quad \otimes_m(x_j)\varepsilon\otimes_m(X),\quad j=1,\ldots,n\\
&0\le\otimes_m(\lambda)\le 1\\
&\text{where}\\
&\otimes_m(C)=\left\{\otimes_m(c_j)\right\},\quad \forall j\\
&\otimes_m(A)=\left\{\otimes_m(a_{ij})\right\},\quad \forall i,j
\end{aligned} \qquad [۱۴]$$

$\otimes_m(c_j)$ و $\otimes_m(a_{ij})$، ارزش قطعی اعداد خاکستری $\otimes(c_j)$ و $\otimes(a_{ij})$ می‌باشد. با حل این مدل، جواب های قطعی(سفید) حاصل از حل معادلات بالا که در بازه جواب های خاکستری قرار دارند به دست خواهد آمد.

در تابع هدف برای n ضریب خاکستری $(\otimes(C_j)(j=1,2,\ldots,n))$، $(\otimes(f)=\otimes(C)\otimes(X))$، اگر K_1 ضریب مثبت و K_2 ضریب منفی وجود داشته باشد ($K_1+K_2=n$)، برای ضرایب مثبت و منفی به ترتیب روابط زیر برقرار است.

$$\begin{aligned}
&\otimes(c_j)\ge 0 \quad j=1,2,\ldots,k_1\\
&\otimes(c_j)\le 0 \quad j=1,2,\ldots,k_2
\end{aligned} \qquad [۱۵]$$

روابط زیر برای ارائه حد بالا و پایین $\otimes(f)$ وجود دارد.

$$\begin{aligned}
&\overline{\otimes}(f)=\overline{\otimes}(c_1)\overline{\otimes}(x_1)+\overline{\otimes}(c_2)\overline{\otimes}(x_2)+\ldots+\overline{\otimes}(c_{k_1})\overline{\otimes}(x_{k_1})+\\
&\overline{\otimes}(c_{k_1+1})\underline{\otimes}(x_{k_1+1})+\ldots+\overline{\otimes}(c_n)\underline{\otimes}(x_n)\\
&\underline{\otimes}(f)=\underline{\otimes}(c_1)\underline{\otimes}(x_1)+\underline{\otimes}(c_2)\underline{\otimes}(x_2)+\ldots+\underline{\otimes}(c_{k_1})\underline{\otimes}(x_{k_1})+\\
&\underline{\otimes}(c_{k_1+1})\overline{\otimes}(x_{k_1+1})+\ldots+\underline{\otimes}(c_n)\overline{\otimes}(x_n)
\end{aligned} \qquad [۱۶]$$

به منظور به دست آوردن حد بالای $\otimes(f)$، محدودیت $\otimes(A)\otimes(X)\le\otimes(B)$، به صورت زیر ارائه می‌شود(۱۲).

$$\begin{aligned}
&\underline{\otimes}(a_{i1})\overline{\otimes}(x_1)+\underline{\otimes}(a_{i2})\overline{\otimes}(x_2)+\ldots+\underline{\otimes}(a_{ik_1})\overline{\otimes}(x_{k_1})+\\
&\overline{\otimes}(a_{ik_1+1})\underline{\otimes}(x_{k_1+1})+\ldots+\overline{\otimes}(a_{in})\underline{\otimes}(x_n)\le\overline{\otimes}(b_i), \qquad \forall i
\end{aligned} \qquad [۱۷]$$

به طور مشابه برای به دست آوردن حد پایین $\otimes(f)$، محدودیت مذکور به صورت زیر در می آید(۱۲).

$$\begin{aligned}
&\overline{\otimes}(a_{i1})\underline{\otimes}(x_1)+\overline{\otimes}(a_{ii2})\underline{\otimes}(x_2)+\ldots+\overline{\otimes}(a_{ik_1})\underline{\otimes}(x_{k_1})+\\
&\underline{\otimes}(a_{ik_1+1})\overline{\otimes}(x_{k_1+1})+\ldots+\underline{\otimes}(a_{in})\overline{\otimes}(x_n)\le\underline{\otimes}(b_i), \qquad \forall i
\end{aligned} \qquad [۱۸]$$

برای عدد قطعی $\otimes_m(x^*)$، روابط زیر برقرار است (۱۲).

$$\begin{aligned}
&\overline{\otimes}(x_j)\ge\otimes_m(x_j^*),\quad j=1,2,\ldots,k_1.\\
&\underline{\otimes}(x_j)\le\otimes_m(x_j^*),\quad j=k_1+1,k_1+2,\ldots,n.\\
&\underline{\otimes}(x_j)\le\otimes_m(x_j^*),\quad j=1,2,\ldots,k_1.\\
&\overline{\otimes}(x_j)\ge\otimes_m(x_j^*),\quad j=k_1+1,k_1+2,\ldots,n.
\end{aligned} \qquad [۱۹]$$

بنابراین مدل شماره ۱۴، برای حل باید به دو زیر مدل تقسیم شود. زیر مدل اول حد پایین λ را به دست می‌دهد که به صورت زیر ارائه می‌شود(۱۲).

$$\begin{aligned}
&\text{Max}\underline{\otimes}(\lambda)\\
&\text{subject to}\\
&\overline{\otimes}(c_1)\overline{\otimes}(x_1)+\overline{\otimes}(c_2)\overline{\otimes}(x_2)+\ldots+\overline{\otimes}(c_{k_1})\overline{\otimes}(x_{k_1})+\\
&\overline{\otimes}(c_{k_1+1})\underline{\otimes}(x_{k_1+1})+\ldots+\overline{\otimes}(c_n)\underline{\otimes}(x_n)\le\underline{\otimes}(f)+\left[1-\otimes(\lambda)\right]\left[\overline{\otimes}(f)-\underline{\otimes}(f)\right]\\
&\underline{\otimes}(a_{i1})\overline{\otimes}(x_1)+\underline{\otimes}(a_{i2})\overline{\otimes}(x_2)+\ldots+\underline{\otimes}(a_{ik_1})\overline{\otimes}(x_{k_1})+\\
&\overline{\otimes}(a_{ik_1+1})\underline{\otimes}(x_{k_1+1})+\ldots+\overline{\otimes}(a_{in})\underline{\otimes}(x_n)\le\underline{\otimes}(b_i)+\left[1-\otimes(\lambda)\right]\left[\overline{\otimes}(b_i)-\underline{\otimes}(b_i)\right],\ \forall i\\
&\overline{\otimes}(x_j)\ge\otimes_m(x_j^*),\quad j=1,2,\ldots,k_1.\\
&\underline{\otimes}(x_j)\le\otimes_m(x_j^*),\quad j=k_1+1,k_1+2,\ldots,n.\\
&0\le\otimes(\lambda)\le 1
\end{aligned} \qquad [۲۰]$$

و حد بالای λ توسط زیر مدل زیر به دست می‌آید(۱۲).

$$\begin{aligned}
&\text{Max}\overline{\otimes}(\lambda)\\
&\text{subject to}\\
&\underline{\otimes}(c_1)\underline{\otimes}(x_1)+\underline{\otimes}(c_2)\underline{\otimes}(x_2)+\ldots+\underline{\otimes}(c_{k_1})\underline{\otimes}(x_{k_1})+\\
&\underline{\otimes}(c_{k_1+1})\overline{\otimes}(x_{k_1+1})+\ldots+\underline{\otimes}(c_n)\overline{\otimes}(x_n)\le\underline{\otimes}(f)+\left[1-\otimes(\lambda)\right]\left[\overline{\otimes}(f)-\underline{\otimes}(f)\right]\\
&\overline{\otimes}(a_{i1})\underline{\otimes}(x_1)+\overline{\otimes}(a_{ii2})\underline{\otimes}(x_2)+\ldots+\overline{\otimes}(a_{ik_1})\underline{\otimes}(x_{k_1})+\\
&\underline{\otimes}(a_{ik_1+1})\overline{\otimes}(x_{k_1+1})+\ldots+\underline{\otimes}(a_{in})\overline{\otimes}(x_n)\le\underline{\otimes}(b_i)+\left[1-\otimes(\lambda)\right]\left[\overline{\otimes}(b_i)-\underline{\otimes}(b_i)\right],\ \forall i\\
&\underline{\otimes}(x_j)\le\otimes_m(x_j^*),\quad j=1,2,\ldots,k_1.\\
&\overline{\otimes}(x_j)\ge\otimes_m(x_j^*),\quad j=k_1+1,k_1+2,\ldots,n.\\
&0\le\otimes(\lambda)\le 1
\end{aligned} \qquad [۲۱]$$

با در نظر گرفتن جواب‌های به دست آمده از حل دو زیر مدل بالا، حل برنامه‌ریزی فازی خاکستری به صورت زیر ارائه می‌شود(۱۲)

$$\begin{aligned} \otimes(\lambda^*) &= \left[\underline{\otimes}(\lambda^*), \overline{\otimes}(\lambda^*)\right] \\ \otimes(f^*) &= \left[\underline{\otimes}(f^*), \overline{\otimes}(f^*)\right] \\ \otimes(x_j{}^*) &= \left[\underline{\otimes}(x_j{}^*), \overline{\otimes}(x_j{}^*)\right] \qquad \forall j \end{aligned} \qquad [۲۲]$$

که در فرمول ارائه شده $\otimes(\lambda^*)$ و $\otimes(f^*)$ و $\otimes(x_j^*)$ اعداد خاکستری هستند.

نتایج و بحث

با توجه به مدل ذکر شده، الگوی کشت منطقه مورد بررسی به صورت زیر ارائه شده است. بازده برنامه‌ای محصولات مختلف در هر هکتار از حاصل‌ضرب عملکرد در قیمت بازاری و کسر هزینه‌های جاری تولید از آن به دست آمد. هدف، حداکثر کردن بازده برنامه‌ای کشاورز در نظرگرفته شد. حد پایین و بالای بازده برنامه‌ای (هزار ریال)، یعنی مقادیر حداقل و حداکثر بازده برنامه‌ای محصول مورد نظر تعیین شد. کل زمین‌های زیر کشت منطقه برابر ۲۰۸۷۲ هکتار آبی و ۲۵۷۵۰ هکتار دیم می‌باشد که تقریباً نیمی از این اراضی، در آیش قرار می‌گیرند. ضرایب محدودیت سطح زیرکشت فعالیت‌ها، عدد قطعی یک است (محدودیت ۲۴). بنا به نیاز کشاورزان منطقه، حد بالای سطح زیر کشت، بیشتر از یک چهارم متوسط سطح زیر کشت منطقه در نظر گرفته شد. کل آب قابل دسترس منطقه در سال مذکور، برابر با ۵۶۹۳۰۰۰۰ متر مکعب است که با احتساب بارندگی سالانه و آب اضافی رها شده در منطقه، مقدار آن به ۸۵۹۰۷۶۷۶ متر مکعب افزایش می‌یابد. حد بالا و حد پایین ضرایب x، برابر با نیاز آبی محصولات منطقه با در نظر گرفتن راندمان آبیاری ۳۰ و ۴۰ درصد در نظر گرفته شد. به عبارت دیگر، ضرایب سمت چپ نیز اعداد خاکستری هستند (محدودیت ۲۵). کل نیروی کار کشاورزی موجود در منطقه، برابر با ۶۳۳۸۱۵ نفر روز کار می‌باشد که با احتساب سایر نیروی انسانی آماده به کار، مقدار آن به ۷۲۱۵۶۵ نفر روز کار افزایش می‌یابد. حد بالا و پایین ضرایب سمت راست برابر با کمترین و بیشترین نفر روز کارگری است که برای محصولات مختلف در منطقه به کار می‌رود (محدودیت ۲۶). کل ماشین آلات موجود در منطقه با احتساب ۸ ساعت کار در روز برابر با ۹۸۴۰۰ ساعت و با احتساب ۱۰ ساعت کار در روز برابر با ۱۴۷۶۰۰ ساعت است. حد بالا و پایین ضرایب فعالیت‌ها، برابر با کمترین و بیشترین زمان مورد نیاز برای کشت محصولات منطقه بر حسب ساعت لحاظ شد (محدودیت ۲۷). حداقل و حداکثر مقدار کود ازت موجود در منطقه برابر با ۱۰۰۰ و ۲۳۰۰ تن می‌باشد. ضرایب خاکستری سمت راست نیز، بازه نیاز کودی ازت محصولات منطقه را نشان می‌دهد. منظور از حداقل نیاز کودی ازت، حداقل مقداری است که کشاورزان برای محصول خود در نظر می‌گیرند و در آن مقدار، تولید محصول به خوبی صورت می‌گیرد. منظور از حداکثر مقدار، کود مورد نیاز گیاه از نظر علمی می‌باشد (محدودیت ۲۸). حداقل و حداکثر مقدار کود فسفات موجود در منطقه برابر با ۴۲۰ و ۷۰۲ تن می‌باشد. ضرایب خاکستری سمت راست نیز، بازه نیاز کودی محصولات منطقه را نشان می‌دهد (محدودیت ۲۹). محدودیت‌های ذکر شده در قالب یک مدل برنامه‌ریزی خاکستری به صورت زیر می‌باشد. در مدل، $x_1^{\pm}$ گندم دیم، $x_2^{\pm}$ گندم آبی، $x_3^{\pm}$ جو دیم، $x_4^{\pm}$ جو آبی، $x_5^{\pm}$ چغندر قند و $x_6^{\pm}$ یونجه است.

$$\max f^{\pm} = [1050\ \ ,2903]\ x_1^{\pm} + [2698\ \ ,6461]\ x_2^{\pm} + [980\ \ ,2510]\ x_3^{\pm} + [2540\ \ ,5940]\ x_4^{\pm} + [4500\ \ ,10283]\ x_5^{\pm} + [5440\ \ ,11366]\ x_6^{\pm} \qquad [۲۳]$$

subject to :

$$x_2^{\pm} + x_4^{\pm} + x_5^{\pm} + x_6^{\pm} \leq [10436,20872\ ] \qquad [۲۴]$$

$$x_1^{\pm} + x_3^{\pm} \leq [12850]$$

$$[7297,8342]\ x_2^{\pm} + [6021,6913]\ x_4^{\pm} + [22074,25228]\ x_5^{\pm} + [22022,23113]\ x_6^{\pm} \leq [56930000,85907676\ ] \qquad [۲۵]$$

$$[12,15]\ x_1^{\pm} + [32,38]\ x_2^{\pm} + [7,12]\ x_3^{\pm} + [30,35]\ x_4^{\pm} + [80,85]\ x_5^{\pm} + [10,14]\ x_6^{\pm} \leq [633815,721565\ ] \qquad [۲۶]$$

جدول ۱. نتایج حاصل از مقایسه الگوی کشت موجود و الگوی کشت مدل

نام محصول	گندم دیم	گندم آبی	جو دیم	جو آبی	چغندرقند	یونجه
سطح زیر کشت موجود منطقه در سال ۱۳۸۶	۷۹۰۰	۳۸۵۰	۲۱۵۰	۲۵۶۰	۱۱۵۰	۱۰۱۰
حد پایین به دست آمده در مدل	۱۹۷۵	۷۷۰	۵۴۶۷	۵۱۲	۲۸۷	۲۵۲
حد بالای به دست آمده از مدل	۸۹۲۸	۷۷۰	۱۶۸۲۱	۵۱۲	۲۶۷۰	۸۴۳

ماخذ: داده‌ها و یافته‌های تحقیق

$$[5,8]\ x_1^{\pm}+[12,18]\ x_2^{\pm}+[4,7]\ x_3^{\pm}+[11,13]\ x_4^{\pm}+[4,5]\ x_5^{\pm}+[12,14]\ x_6^{\pm}\le[98400,147600\ ]$$ [۲۷]

$$[0,22]\ x_1^{\pm}+[180,220]\ x_2^{\pm}+[0,20]\ x_3^{\pm}+[170,200]\ x_4^{\pm}+[350,420]\ x_5^{\pm}+[40,60]\ x_6^{\pm}\le[1000000,2300000\ ]$$ [۲۸]

$$[0,15]\ x_1^{\pm}+[120,180]\ x_2^{\pm}+[0,12]\ x_3^{\pm}+[120,170]\ x_4^{\pm}+[180,240]\ x_5^{\pm}+[80,120]\ x_6^{\pm}\le[420000,702000\ ]$$ [۲۹]

نتایج حاصل از برنامه‌ریزی خاکستری به صورت زیر است:

$$x_1^{\pm}=[1975,8928]$$
$$x_2^{\pm}=[770,770]=770$$
$$x_3^{\pm}=[5467,16821]$$
$$x_4^{\pm}=[512,512]=512$$
$$x_5^{\pm}=[287,2670]$$
$$x_6^{\pm}=[252,843]$$
$$f^{\pm}=[13472628,113202132]$$

مجموعه جواب حاصل از برنامه‌ریزی خاکستری نشان می‌دهد که سطح زیر کشت گندم دیم و جو دیم به ترتیب در بازه های $[8928و1975]$ و $[16821و5467]$ هکتار قرار دارد. هم‌چنین، سطح زیرکشت چغندرقند و یونجه در بازه‌های $[2670و287]$ و $[843و252]$ هکتار است. سطح زیرکشت گندم و جو آبی نیز ۷۷۰ و ۵۱۲ هکتار به دست آمد.

نتایج ارائه شده توسط مدل برنامه‌ریزی خاکستری دارای عدم قطعیت بالایی است. زیرا درجه خاکستری بودن آن زیاد می‌باشد. هر چه درجه خاکستری بودن زیادتر باشد، کارایی پاسخ‌های به دست آمده از حل مدل کمتر است. برای کاهش درجه خاکستری بودن، برنامه‌ریزی خطی خاکستری فازی استفاده شد. دراین برنامه‌ریزی، بازه درنظرگرفته شده برای سود سیستم توسط متغیر تصمیم $\lambda^{\pm}$، محدود می‌شود. این متغیر نشان می‌دهد که بازه سود حاصل از مدل خاکستری تا چه حد محدود می‌شود. به عبارت دیگر، به ازای $\lambda=1$، بازه به حداکثر مقدار خود و به ازای $\lambda=0$، بازه به حداقل مقدار خود می‌رسد. نتایج حاصل از برنامه‌ریزی فازی خاکستری به صورت زیر می‌باشد.

$$\lambda^{\pm}=[0/42,0/66]$$
$$f^{\pm *}=[19131131,65821472/6]$$

که در آن $\lambda^{\pm}$ بیانگر حد بالا و حد پایین متغیر تصمیم و $f^{\pm *}$ بیانگر حد بالا و حد پایین سود سیستم در حالت برنامه‌ریزی فازی خاکستری است.

حد بالا و حد پایین متغیر تصمیم بیانگر محدود تر شدن بازه تعریف شده برای سود سیستم می‌باشد. بازه سود سیستم در این حالت به صورت زیر به دست می‌آید.

$$f^{-*}=f^{-}+\lambda^{-}f^{-}$$
$$f^{+*}=f^{-}+\lambda^{+}\Delta f$$
$$\Delta f=f^{+}-f^{-}$$

همان طور که قبلاً بیان شد کاربرد مدل فازی خاکستری سبب کاهش درجه خاکستری بودن نتایج می‌شود. درجه خاکستری بودن یک بازه به صورت زیر تعریف می‌شود(۹).

$$Gd\left[\overline{\otimes}(x)\right]=\left\{\left[\overline{\otimes}(x)-\underline{\otimes}(x)\right]/\otimes_m(x)\right\}*100$$

که در آن $\otimes_m(x)$، حد میانی بازه تعریف شده می‌باشد. در این مطالعه درجه خاکستری بودن سود سیستم در حالت خاکستری و فازی خاکستری به ترتیب ۱۵۷ درصد و ۱۰۹ درصد شد. همان طور که ملاحظه می‌گردد با کاربرد برنامه‌ریزی فازی

خاکستری درجه خاکستری بودن نتایج ۴۸ درصد کاهش نشان می‌دهد.

در جدول ۱، مقایسه‌ای بین الگوی کشت موجود در منطقه و الگوی کشت حاصل از حل مدل ارائه شده است.

همان طور که در جدول ملاحظه می‌شود سطح زیر کشت گندم دیم و چغندرقند در بازه تعریف شده برای رسیدن به حداکثر سود قرار دارند. ولی در مورد محصولات گندم آبی، جو آبی و یونجه سطح زیرکشت فعلی بیشتر از حد بالای بازه در نظرگرفته می‌باشد و سطح زیرکشت فعلی جو دیم در منطقه از حد پایین سطح زیرکشت به دست آمده در مدل کمتر است.

نتیجه‌گیری

در این مطالعه برنامه‌ریزی خاکستری و فازی خاکستری برای طراحی الگوی کشت منطقه مورد استفاده قرار گرفت. ابتدا اعداد خاکستری و سپس مدل خاکستری و فازی خاکستری معرفی شد. یکی از اشکالات عمده برنامه‌ریزی خاکستری، بالا بودن درجه خاکستری مجموعه جواب حاصل می‌باشد. با کاربرد روش فازی خاکستری، درجه خاکستری بودن مجموعه جواب برنامه‌ریزی خطی خاکستری و محدودیت های ناشی از برنامه‌ریزی فازی کاهش و در نتیجه مجموعه جواب حاصل بهبود می یابد. همان طور که مشاهده شد با محدودیت های اعمال شده، سطح زیر کشت گندم دیم بین ۱۹۷۵ و ۸۹۲۸ هکتار در منطقه می‌تواند تغییر کند. به عبارت دیگر، حد بالای سطح زیرکشت گندم دیم ۸۹۲۸ هکتار و حد پایین سطح زیرکشت آن برابر با ۱۹۷۵ هکتار است. همچنین، سطح زیر کشت جو دیم بین ۵۴۶۷ و ۱۶۸۲۱ هکتار تغییر می کند. کشاورزان منطقه با توجه به محدودیت های ذکر شده و با هدف کسب حداکثر مقدار سود، حداکثر ۱۶۸۲۱ هکتار جو دیم می توانند کشت کنند. در الگوی کشت ارائه شده مشاهده می‌شود که آب آبیاری در دسترس بیشتر برای محصولاتی مانند چغندرقند مورد استفاده قرار میگیرد که درآمد ناخالص بیشتری به ازای آب مصرفی ، به دست می دهند. سطح زیر کشت چغندرقند در بازه [۲۶۷۰ و ۲۸۷] و یونجه در بازه [۸۴۳ و ۲۵۲] هکتار تغییر می کند. همچنین، سطح زیر کشت گندم و جو آبی به ترتیب ۷۷۰ و ۵۱۲ هکتار برآورد شد. با توجه به الگوی کشت خاکستری ، سود حاصل برای کشاورزان منطقه در بازه [۱۳۴۷۲۶۲۸– ۱۱۳۲۰۲۱۳۲] هزار ریال می‌باشد. حد بالای سود بیانگر مقدار سودی است که کشاورز با در نظر گرفتن حد بالای نهاده‌های قابل دسترس و حد پایین ضرایب فنی به آن دست پیدا می کند. حد پایین سود بیانگر مقدار سودی است که کشاورز با در نظر گرفتن حد پایین نهاده‌های قابل دسترس و حد بالای ضرایب فنی مدل به آن می‌رسد. با توجه به موارد ذکر شده پیشنهاد می‌شود برای رسیدن به سود مورد نظر در منطقه، سطح زیر کشت گندم آبی، جو آبی و یونجه کاهش و سطح زیر کشت جو دیم افزایش یابد. شایان ذکر است که سطح زیر کشت فعلی گندم دیم و چغندر قند در بازه ارائه شده قرار دارد.

سپاسگزاری

از آقای مهندس صدیقی نصب و سایر کارشناسان محترم مرکز خدمات کشاورزی آلماجق که در امر جمع‌آوری اطلاعات یاری نمودند، سپاسگزاری می‌شود.

منابع مورد استفاده

۱. اسد پور، ا.م. و ع. قاسمی. ۱۳۸۴. برنامه‌ریزی تولید محصولات زراعی در شرایط نبود قطعیت. مجله اقتصاد کشاورزی و توسعه، ویژه‌نامه کارایی و بهره وری، صفحات ۱۳۱ تا ۱۴۷.

۲. اکبری، ن. و م. زاهدی کیوان. ۱۳۸۶. منطق فازی و کاربرد آن در یافتن الگوی مناسب کشت زراعی در یک مزرعه. اقتصاد و کشاورزی ۱(۲): ۳۱–۵۰.

۳. کهنسال، م.ر. و ف. محمدیان. ۱۳۸۶. کاربرد برنامه‌ریزی آرمانی فازی در تعیین الگوی بهینه کشت محصولات زراعی. اقتصاد و کشاورزی ۱(۲): ۱۶۹-۱۸۲.

۴. محمدی، ج. و ج. گیوی. ۱۳۸۰. ارزیابی تناسب اراضی برای گندم آبی در منطقه فلاورجان (اصفهان) با استفاده از نظریه مجموعه‌های فازی. علوم و فنون کشاورزی و منابع طبیعی ۵(۱): ۱۰۳-۱۱۵.

5. Biswas A. and B. B. Pal. 2004. Application of fuzzy goal programming technique to land use planning in agricultural system. Omega 33(5):391-398.
6. Danielson, M. and L. Ekenberg. 2007. Computing upper and lower bounds in interval decision trees. European J. Operational Res. 181:808-816.
7. Ganesan, K. 2006. On some properties of Interval Matrices. Intl. J. Math. Sci. 1(2):92-99.
8. Hop, N. V. 2007. Fuzzy stochastic goal programming problem. Eur. J. Oper. Res. 176:77-86.
9. Huang, G .H. 1996. IPWM: An interval-parameter water quality management model. Eng. Opt. 26: 79–103.
10. Huang, G. H. and R. D. Moore. 1993. Grey linear programming, its solving approach, and its application. Intl. J. Sys. Sci. 24:172-159.
11. Huang, G. H., B. W. Baetz and G. G. Patry. 1992. A grey linear programming approach for municipal solid waste management planning under uncertainty. Civil Eng. Sys. 9:319-335.
12. Huang, G. H., B. W. Baetz and G. G. Patry. 1993. A grey fuzzy linear programming approach for municipal solid waste management planning under uncertainty. Civil Eng. Sys. 10:123–146.
13. Iskander, M. G. 2007. Using the weighted max-min approach for stochastic fuzzy goal programming: a case of fuzzy weights. Appl. Math. and Comput. 188:456-461.
14. Jairaj, P. G. and S. Vedula. 2000. Multi reservoir system optimization using fuzzy mathematical programming. Water Resour. Manag. 14:457–472.
15. Karmakar, S. and P. P. Mujumdar. 2007. A Two-phase grey fuzzy optimization approach for water quality management of river system. Adv. in Water Resour. 30:1218-1235.
16. Li, Q. X. and S. F. Liu. 2008. The foundation of the grey matrix and the grey input-output analysis. Appl. Math. Model. 32:267-291.
17. Li, Y. P., G. H. Huang and S. L. Nie. 2006. An interval-parameter multistage stochastic programming model for water resource management under uncertainty. Adv. Water Resour. 29:776-789.
18. Li, Y. P., G. H. Huang, Z. F. Yang and S. L. Nie. 2008. IFMP: interval-fuzzy multistage programming for water resource management under uncertainty. Conserv. and Recycl. 52: 800-812.
19. Maqsood, I., G. H., uang and J. S. Yeomans. 2005. An interval-parameter fuzzy two-stage stochastic programming for water resources management under uncertainty. Eur. J. Operational Res. 167:208–225.
20. Sasikumar, K. and P. P. Mujumdar. 2000. Application of fuzzy probability in water quality management of river system. Intl. J. Sys. Sci. 31(5):575-591.
21. Tsaur, R.C. 2005. Fuzzy grey GM (1,1) model under fuzzy system. Intl. J. Comput. and Math. 82(2):141-149.