

Laboratory and Numerical Study of Hydraulic Loss and Discharge Coefficient in Rectangular Labyrinth and Piano Key Weirs

Reza Ghasemi Ghasemvand, Mohammad Heidarnejad*, Ali Reza Masjedi and Amin Bordbar¹

(Received: January 16-2025 ; Revised: March 5-2025 ; Accepted: April 14-2025)

1. Department of Water Science Engineering, Ahvaz Branch, Islamic Azad University, Ahvaz, Iran.

*: Corresponding author Email: mo_he3197@yahoo.com.

Abstract

the impact of hydraulic loss on the performance of weirs should not be overlooked. In this study, a laboratory flume measuring 8 meters in length, 0.6 meters in width, and 0.6 meters in height was used to investigate the hydraulic loss of the weirs and their discharge coefficients. The weirs used in this research were of the labyrinth type, featuring both curved and linear designs. Dimensional analysis using the Buckingham method indicated that the discharge coefficient (C_d) relies on parameters such as the hydraulic head ratio (H_t/P), weir shape factor (S_f), hydraulic loss ratio (H_f/P), and Froude number (Fr). The results demonstrated that an increase in hydraulic head leads to a decrease in the discharge coefficient of the weirs. Furthermore, the intensity of flow blade interference over the weirs gradually increases the hydraulic loss with a rising hydraulic head. Hydraulic loss increases up to a certain level of hydraulic head before beginning to decline. Therefore, it can be stated that the hydraulic loss curve for weirs like ARCL exhibits a sinusoidal trend. At a hydraulic head ratio of 0.4, the ARCL weir experiences 227% more hydraulic loss compared to the APKW weir. At a hydraulic head ratio of 0.6, the RCL weir shows 200% more hydraulic loss than the PKW weir. The trend of hydraulic loss variation with increasing Froude numbers for ARCL and RCL weirs is also sinusoidal. The ARCL weir shows the highest hydraulic loss with increasing Froude number compared to the other weirs. All weirs modeled using FLOW-3D software showed values (C_d and H_f/P) that exceeded those from physical modeling, which is significant in terms of safety factors. Moreover, the error rate in numerical modeling varied based on different parameters and conditions, averaging between 10% and 30%. In some cases, labyrinth weirs exhibited higher error rates compared to piano key weirs.

Keywords: Rectangular labyrinth weir, Piano key weir, Discharge coefficient, Hydraulic loss, Hydraulic head

How to cite this article: Ghasemi Ghasemvand, R., Heidarnejad, M., Masjedi, A. R. and Bordbar, A. 2025. Laboratory and Numerical Study of Hydraulic Loss and Discharge Coefficient in Rectangular Labyrinth and Piano Key Weirs. *J. Water and Soil Sci.* 29(2):143-165. DOI: [10.47176/jwss.29.2.38099](https://doi.org/10.47176/jwss.29.2.38099)

Copyright © 2025 Ghasemi Ghasemvand et al. Published by Isfahan University of Technology.



This work is licensed under a Creative Commons Attribution-NonCommercial 4.0 International license (<https://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/>). Non-commercial uses of the work are permitted, provided the original work is properly cited.

مطالعه آزمایشگاهی و عددی افت هیدرولیکی و ضریب آبگذری در سرریزهای زیگزاگی مستطیلی و کلیدپیانویی

رضا قاسمی قاسموند، محمد حیدر نژاد^{*}، علیرضا مسجدی و امین بردبار^۱

(تاریخ دریافت: ۱۴۰۳/۱۰/۲۷؛ تاریخ بازنگری: ۱۴۰۳/۱۲/۱۵؛ تاریخ پذیرش: ۱۴۰۴/۱/۲۵)

گروه علوم و مهندسی آب، واحد اهواز، دانشگاه آزاد اسلامی، اهواز، ایران.

*: مسئول مکاتبات: پست الکترونیکی: mo_he3197@yahoo.com

چکیده

سرریزهای زیگزاگی با افزایش طول تاج در یک محدوده عرضی مشخص، موجب افزایش ظرفیت آبگذری سرریز می‌شوند. در این میان نباید از تأثیر افت هیدرولیکی در روند عملکرد هیدرولیکی سرریزها غافل شد و در همین راستا در پژوهش حاضر به منظور بررسی افت هیدرولیکی سرریزها و نیز ضریب آبگذری آنها از یک فلوام آزمایشگاهی به طول ۸ متر، عرض ۰/۶ متر و ارتفاع ۰/۶ متر استفاده شد. سرریزهای مورد استفاده در این پژوهش از نوع زیگزاگی با پلان قوسی و خطی بودند. آنالیز ابعادی به روش باکینگهام نشان داد که ضریب آبگذری (Cd) تابع پارامترهایی همچون نسبت هد هیدرولیکی (H/P)، فاکتور شکل سرریز (Sf)، نسبت افت هیدرولیکی (Hf/P) و عدد فرود (Fr) بوده است. نتایج نشان داد افزایش هد هیدرولیکی موجب کاهش ضریب آبگذری در سرریزها شده است. علاوه بر این شدت تداخل تیغه‌های عبوری جریان از روی سرریزها به تدریج و با افزایش هد هیدرولیکی موجب افزایش افت هیدرولیکی شده است. افزایش افت هیدرولیکی تا حد مشخصی از هد هیدرولیکی اتفاق افتاد و بعد از آن سیر کاهشی به خود گرفت. در این صورت می‌توان گفت نمودار افت هیدرولیکی برای سرریزهایی همچون ARCL روند سینوسی داشت. در نسبت هد هیدرولیکی ۰/۴، سرریز ARCL نسبت به سرریز APKW به میزان ۲۲۷/۷ درصد دارای افت هیدرولیکی بیشتری بود. روند تغییرات افت هیدرولیکی نسبت به افزایش عدد فرود در سرریزهای ARCL و RCL به صورت سینوسی بود. سرریز ARCL نسبت به دیگر سرریزها، به ازای افزایش عدد فرود دارای بیشترین افت هیدرولیکی بود. تمامی سرریزهایی که با استفاده از نرم‌افزار FLOW-3D مدل‌سازی شدند، دارای مقادیری (Hf/P و Cd) بیش از مقادیر حاصل از مدل‌سازی فیزیکی بودند و این از نظر فاکتور ایمنی دارای اهمیت است؛ علاوه بر آنکه میزان خطا در مدل‌سازی عددی بسته به پارامترها و شرایط مختلف متفاوت است، اما به طور متوسط در محدوده ۱۰٪ تا ۳۰٪ قرار داشت. مقدار خطا برای سرریزهای زیگزاگی در برخی موارد بیشتر از سرریزهای کلیدپیانویی بود.

واژه‌های کلیدی: سرریز زیگزاگی مستطیلی، سرریز کلیدپیانویی، ضریب آبگذری، افت هیدرولیکی، هد هیدرولیکی

حق انتشار این مستند، متعلق به دانشگاه صنعتی اصفهان است. © ۱۴۰۴.

این مقاله تحت گواهی زیر منتشر شده و هر نوع استفاده غیرتجاری از آن مشروط به استناد صحیح به مقاله و با رعایت

شرایط مندرج در آدرس زیر مجاز است: (<https://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/>)



مقدمه

سرریزهای زیگزاگی از جمله سازه‌های هیدرولیکی هستند که برای کنترل جریان و نیز افزایش ظرفیت آبگذری در یک عرض ثابت استفاده می‌شوند. لاکس (۸) بیان داشت سرریزهای زیگزاگی از نظر هیدرولیکی در چهار مرحله اساسی قرار می‌گیرند:

الف) مرحله چسبندگی که هد هیدرولیکی روی تاج سرریز (Ht) ناچیز بوده و جریان به‌صورت آزاد از تمام طول تاج آن عبور می‌کند.

ب) مرحله هوادهی کامل که با افزایش مقدار Ht، سطح آب در کانال پایین‌دست سرریز افزایش می‌یابد (به‌خصوص بین تیغه جریان و دیواره پایین‌دست سرریز) و به‌دلیل تداخل و فشردگی تیغه‌های جریان در قسمت دماغه بالادست، هوادهی در زیر تیغه جریان به میزان اندکی محدود می‌شود که نتیجه آن کاهش ضریب آبگذری است.

ج) مرحله فشردگی (خفگی) سرانجام با افزایش بسیار زیاد مقدار Ht، تیغه جریان عبوری از روی سرریز به‌صورت یک تیغه فشرده و بدون حباب هوا در می‌آید و با افزایش این روند، سرریز زیگزاگی به استغراق کامل خواهد رسید که این شرایط موجب محدودتر شدن کارایی هیدرولیکی آن می‌شود.

د) مرحله انتقال (هوادهی جزئی) که با افزایش بیشتر Ht، تیغه‌های ریزشی جریان در بخش‌هایی از طول تاج فشرده‌تر شده و عمق آب در کانال پایین‌دست نیز افزایش می‌یابد. مطابق شرایطی که بیان شد، شکل ۱ شرایط هیدرولیکی جریان روی سرریز را نشان می‌دهد.

به‌طور کلی از نظر هیدرولیکی سرریزهای زیگزاگی در هدهای هیدرولیکی پایین، عملکرد مطلوبی دارند؛ ولی با افزایش ظرفیت آبگذری، به‌دلیل تداخل تیغه‌های جریان در کلیدهای خروجی سرریز، کارایی هیدرولیکی آن‌ها کاهش می‌یابد.

ضریب آبگذری در این سرریزها به عوامل متعدد مانند هد هیدرولیکی روی سرریز، زاویه دیواره‌ها، ضخامت و شکل تاج سرریز بستگی دارد (۷ و ۱۲). اندرسون و تولیس (۱ و ۱۲) پارامترهای مهم در طراحی سرریز زیگزاگی را مطابق شکل ۲

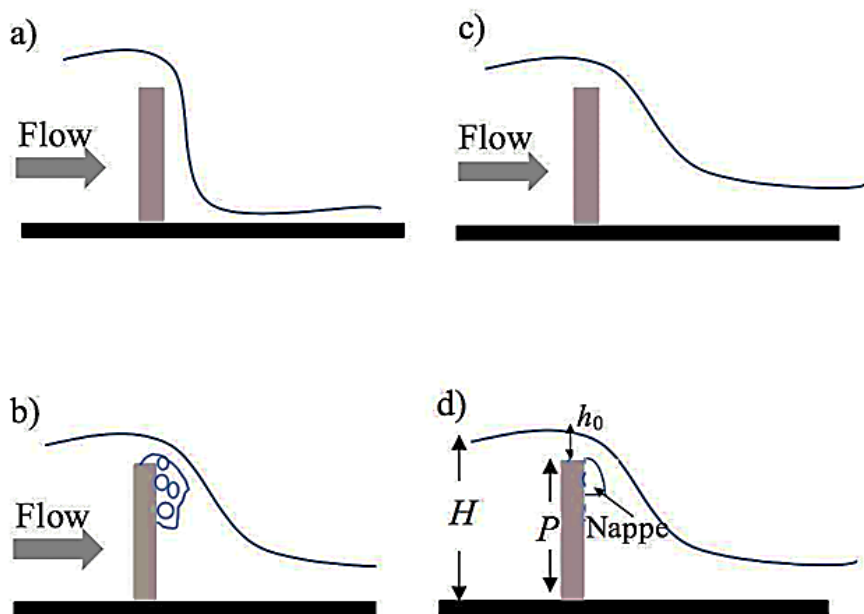
معرفی کردند. عوامل اصلی هندسی و هیدرولیکی سرریز زیگزاگی مستطیلی و کلیدپیانویی به‌ترتیب در شکل‌های ۲ و ۳، به‌صورت نمای جانبی، سه‌بعدی و از بالای سرریز ارائه شده‌اند. در شکل ۲، w عرض یک سیکل از سرریز، P ارتفاع سرریز، t_s ضخامت دیواره سرریز، B طول بال (تاج) جانبی سرریز، A عرض دماغه سرریز و W عرض کل سرریز است.

در شکل ۳، T ضخامت تاج، P_i ارتفاع تاج در کلید ورودی، P_o ارتفاع تاج در کلید خروجی، P_m ارتفاع تاج در مرکز دیواره جانبی، W_i عرض کلید ورودی، W_o عرض کلید خروجی، B_i طول شیروانی کلید ورودی، B_o طول شیروانی کلید خروجی، B طول دیواره جانبی، B_b طول پایه، S_i شیب کف ورودی، S_o شیب کف خروجی، W_t عرض کل سرریز و L طول تاج سرریز است.

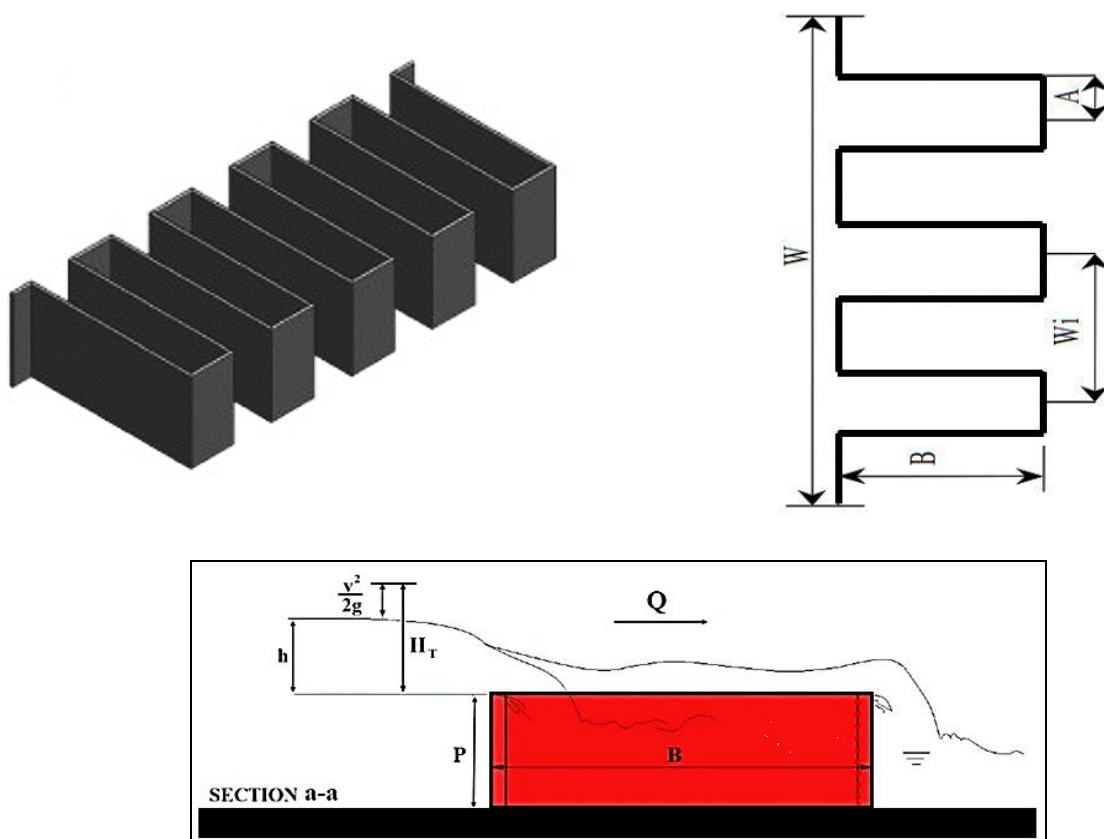
آیدین و همکاران (۳)، به بررسی آزمایشگاهی و عددی سرریزهای زیگزاگی مستطیلی در یک کانال روباز پرداختند. نتایج مدل‌سازی عددی، افزایش عملکرد RLW (سرریز زیگزاگی مستطیلی) را به‌دلیل توزیع سرعت‌های جانبی در سیکل ورودی نشان داد، درحالی‌که تداخل تیغه جریان در سیکل‌های پایین‌دست منجر به کاهش عملکرد در هد هیدرولیکی بالا شد. در محدوده $1/5 < L/B < 2/33$ و $0/61 < Ht/P < 0/1$ (L طول تاج سرریز، B عرض کانال، Ht هد هیدرولیکی کل و P ارتفاع سرریز)، افزایش عملکرد هیدرولیکی به‌طور متوسط ۴۴ درصد (بیشینه ۶۷ درصد) در عرض کانال واحد برای RLWs در مقایسه با سرریزهای خطی حاصل شد.

فیلی و همکاران (۶)، به بررسی آزمایشگاهی ضریب آبگذری سرریزهای زیگزاگی دوزنقه‌ای قوسی با سیکل میانی متفاوت پرداختند. نتایج پژوهش نشان داد کاهش نسبت عرض دماغه سرریز زیگزاگی دوزنقه‌ای قوسی با سیکل میانی متفاوت (W_2/W_1) از ۰/۴۲ به ۰/۳۰، موجب افزایش مقدار ضریب آبگذری از ۱۳ تا ۳۳ درصد می‌شود.

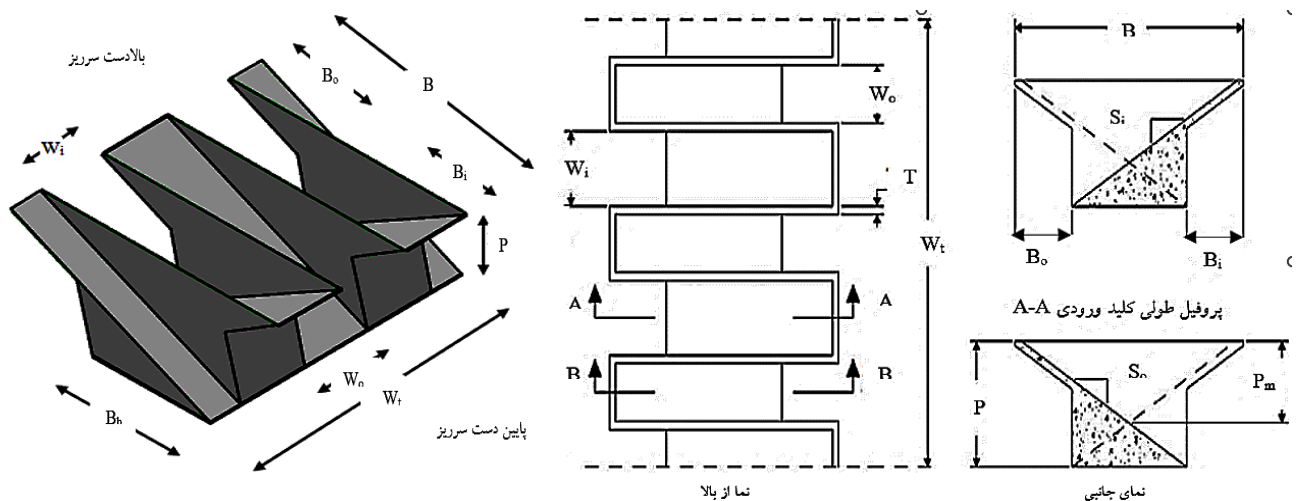
مهرابی (۹)، به بررسی آزمایشگاهی پارامترهای هیدرولیکی و افت هیدرولیکی در سرریزهای کلیدپیانویی با فرم نیلوفری پرداخت.



شکل ۱. شرایط هیدرولیکی جریان روی سرریز (۸)



شکل ۲. سرریز زیگزاگی (الف) نما از بالا، (ب) نمای سه بعدی، (ج) نمای جانبی (۱)



شکل ۳. سرریز کلیدپیانویی الف) نمای جانبی و از بالا (۱۱)، ب) نمای سه بعدی (۵)

با دیواره کانال باعث برخورد تیغه جریان با دیواره کانال و در نتیجه استغراق موضعی و در نهایت باعث کاهش ضریب آبگذری می شود.

بهریزی (۴)، به مطالعه آزمایشگاهی و عددی تأثیر لبه های زیگزاگی تاج بر عملکرد سرریزهای کلیدپیانویی پرداخت. نتایج نشان داد در هدهای هیدرولیکی کمتر از ۰/۵، زیگزاگی کردن تاج جانبی می تواند به میزان قابل توجهی در افزایش ظرفیت آبگذری سرریز کلیدپیانویی مؤثر باشد. همچنین با افزایش هد هیدرولیکی کل در بالادست سرریز، تأثیر زیگزاگی کردن تاج جانبی بر افزایش ظرفیت آبگذری سرریز کاهش می یابد. همچنین مقایسه افت هیدرولیکی جریان عبوری از سرریزها نشان داد که زیگزاگی کردن تاج جانبی سرریز موجب افزایش افت هیدرولیکی سرریز کلیدپیانویی در هدهای هیدرولیکی کم می شود.

محمودپور (۱۰)، به مقایسه آزمایشگاهی عملکرد هیدرولیکی سرریز جانبی کلیدپیانویی پلان مثلثی، با پلان مستطیلی و زیگزاگی مثلثی پرداخت. نتایج نشان داد کمترین ظرفیت آبگذری در مقدار ۰/۲ و بیشترین آن در مقدار ۰/۴۶ صورت گرفته است. برای ارتفاع ۱۵ سانتی متر و هد هیدرولیکی ۰/۲، ظرفیت آبگذری سرریز کلیدپیانویی مثلثی ۲۸ درصد نسبت به

در پژوهش ایشان سرریز کلیدپیانویی با فرم نیلوفری با ۶ سیکل و افت هیدرولیکی در ۱۰ مدل مختلف و در دو نوع با واگرایی و بدون واگرایی کانال و دو نوع بلوک متفاوت (مثلثی و مربعی) بررسی شد. نتایج مدل های بدون واگرایی کانال نشان داد که افت هیدرولیکی (در بیشینه و کمینه دبی جریان) در مدل ساده بدون مانع (حالت شاهد) از ۴۰ درصد به ۲۵ درصد و در مدل ساده با دیوار تکی افت هیدرولیکی از ۴۹ درصد به ۳۱ درصد و در مدل بلوک مربع افت هیدرولیکی از ۵۸ درصد به ۳۴ درصد و در مدل ترکیبی افت هیدرولیکی از ۷۰ درصد به ۴۵ درصد کاهش می یابد.

ارحام نمازی و مظفری (۲)، به بررسی ضریب آبگذری در سرریزهای زیگزاگی با طول یکسان پرداختند. نتایج نشان داد که افزایش نسبت هد هیدرولیکی (H_t/P) باعث کاهش ضریب آبگذری در تمامی مدل ها می شود که به دلیل افزایش تداخل تیغه جریان و استغراق موضعی است. همچنین افزایش تعداد سیکل ها در سرریزهای زیگزاگی باعث کاهش کارایی آن شده است. دلیل این کاهش، تأثیر جت های خروجی در محل اتصال سیکل ها و اختلال جریان بر روی سرریز است. مقایسه بین سرریزهای مثلثی و دایره ای، کارایی بهتر سرریزهای مثلثی را نشان داد. به نظر می رسد زاویه کم دیواره سرریز در پایین دست

سرریزهای زیگزاگی به کار رفته است.

$$Q = \frac{2}{3} \times \sqrt{2g} \times C_d \times L \times H_t^{1.5} \quad (1)$$

در معادله (۱)، Q ظرفیت آبگذری سرریز، L طول کل تاج سرریز، g شتاب ثقل، H_t هد هیدرولیکی کل و C_d ضریب آبگذری است که مقدار آن با انجام آزمایش تعیین می‌شود. پارامترهای مؤثر بر ضریب آبگذری سرریزهای زیگزاگی در معادله (۲) نشان داده شده است.

$$C_d = f(Q, B, S, w, W_t, t_s, P, N, H_t, g, \mu, \rho, \sigma, S_f, H_f, Fr, Bi, Bo, Si, So, L) \quad (2)$$

در معادله (۲)، ضریب آبگذری (C_d) تابع پارامترهایی همچون Q ظرفیت آبگذری، B طول تاج جانبی سرریز، S شیب کانال، w عرض یک سیکل سرریز، W_t عرض کل سرریز، t_s ضخامت تاج سرریز، P ارتفاع سرریز، N تعداد سیکل، H_t هد هیدرولیکی کل، g شتاب ثقل، μ لزجت دینامیکی، ρ چگالی سیال، σ کشش سطحی سیال، S_f فاکتور شکل سرریز (مستطیلی، کلیدپیانویی)، H_f افت هیدرولیکی سرریز، Fr عدد فرود، Bi طول شیروانی کلید ورودی، Bo طول شیروانی کلید خروجی، Si شیب کف ورودی، So شیب کف خروجی و L طول تاج سرریز است.

برای انجام آنالیز ابعادی، پارامترهای Q ، ρ و P به عنوان متغیرهای تکراری در نظر گرفته شدند، در نتیجه پارامترهای بی بعد به صورت معادله (۳) ارائه شده است.

$$C_d = f(B/P, t_s/P, w/P, N, H_t/P, S, gP^5/Q^2 = Fr, \mu P/\rho Q, W_t/P, \sigma/\rho P, S_f, H_f/P) \quad (3)$$

با توجه به اینکه در پژوهش حاضر پارامترهای بی بعد مانند شیب کانال (S)، ضخامت تاج سرریز (t_s/P)، عرض کل سرریز (W_t/P)، عرض سیکل سرریز (w/P) و تعداد سیکل (N) ثابت بودند، بنابراین حذف شدند. همچنین ارزیابی شرایط جریان در فلوم از نظر تلاطم نشان داد با توجه به امکانات آزمایشگاهی موجود در تأمین دبی‌های مورد نیاز، عدد رینولدز در کمترین مقدار هد هیدرولیکی عبوری از سرریزها برابر با ۴۷۵۲ است ($\mu P/\rho Q = Re = 4752$) و این بدین معنی است که جریان

نوع مستطیلی آن و ۶۰ درصد بیشتر از سرریز زیگزاگی است. در نهایت طبق نتایج این پژوهش، سرریز کلیدپیانویی مثلی به عنوان سرریز جانبی در یک طول مؤثر و تعداد دهانه‌های یکسان، عملکرد بهتری نسبت به سایر سرریزها دارد.

با وجود انجام مطالعات بسیار در مورد سرریزهای زیگزاگی، تاکنون پژوهش‌های خاصی روی افت هیدرولیکی سرریزهای زیگزاگی مستطیلی و کلیدپیانویی انجام نشده است؛ از این رو در پژوهش حاضر به تفصیل به این مهم پرداخته شد.

مواد و روش‌ها

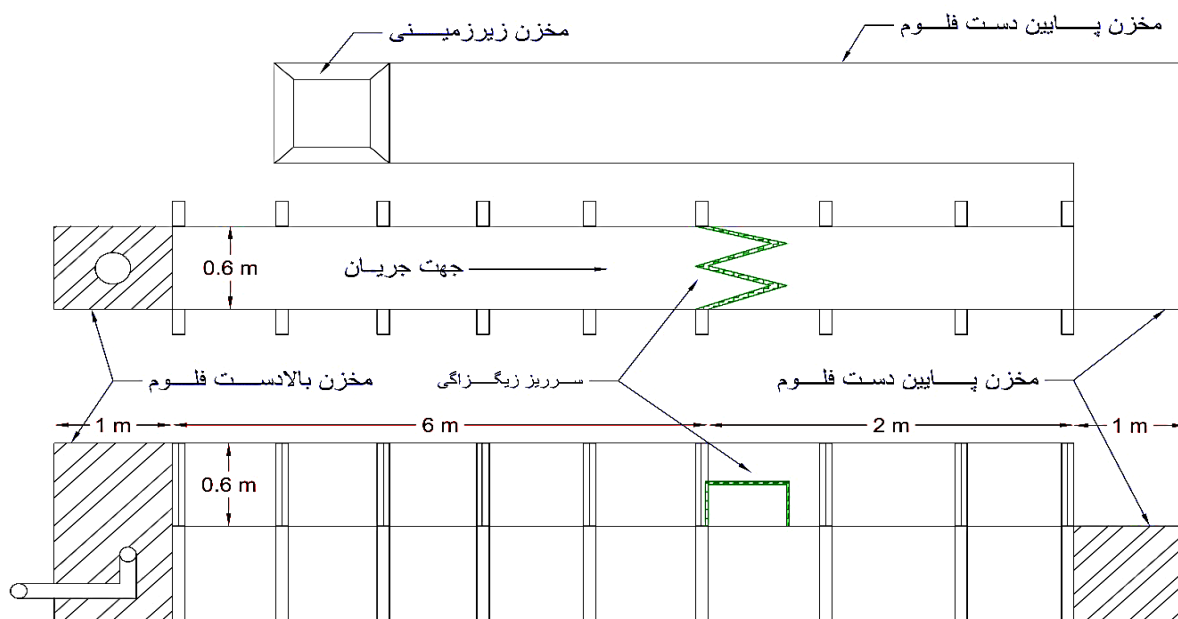
در پژوهش حاضر از روش آزمایشگاهی برای بررسی پارامترهای مؤثر بر افت هیدرولیکی سرریزهای زیگزاگی استفاده شد. آزمایش‌ها روی یک فلوم آزمایشگاهی به طول ۸ متر، عرض ۰/۶ متر و ارتفاع ۰/۶ متر انجام شد. شکل ۴، نمای جانبی و از بالای فلوم آزمایشگاهی در پژوهش حاضر به همراه سازه‌های وابسته را نشان می‌دهد.

در شکل (۴-ب)، (۱) مخزن ورودی، (۲ و ۳) مخزن و کانال خروجی منتهی به مخزن زیرزمینی، (۴) مانومتر برای قرائت هد هیدرولیکی روی سرریز مثلی متصل به مخزن خروجی، (۵) هدتانک، (۶) شیر پروانه‌ای برای تنظیم جریان ورودی به فلوم، (۷) عمق سنج مکانیکی و (۸) یونولیت برای کاهش تلاطم سطحی جریان است.

آنالیز ابعادی

اولین گام در آنالیز ابعادی، تعیین متغیرهای بدون بعد مؤثر بر میزان آبگذری سرریزهای زیگزاگی با استفاده از تئوری π باکینگهام است. پس از تعیین متغیرهای بدون بعد، نحوه تأثیرگذاری آن‌ها بر میزان آبگذری سرریزها بررسی می‌شود تا نتایج منطقی و مناسبی بین آن‌ها حاصل شود.

معادله (۱)، فرمول عمومی محاسبه ظرفیت آبگذری سرریزها است که توسط تولیس و همکاران (۱۳) برای



(الف)



(ب)

شکل ۴. فلوم آزمایشگاهی در پژوهش حاضر (الف) نمای جانبی و از بالا، (ب) سازه‌های وابسته

شیروانی کلید ورودی (Bi/P)، طول شیروانی کلید خروجی (Bo/P)، شیب کف ورودی (Si)، شیب کف خروجی (So) و طول تاج سرریز (L/P) به دلیل اینکه جزء پارامترهای هندسی

حاکم بر آزمایش‌ها از نوع متلاطم و آشفته خواهد بود و بنابراین می‌توان از تأثیر عدد رینولدز و عدد وبر (σ/pP) نیز چشم‌پوشی کرد. تأثیر طول تاج جانبی سرریز (B/P)، طول

مدل سازی عددی

مدل سازی عددی در این پژوهش با استفاده از نرم افزار FLOW-3D انجام شد. نرم افزار FLOW-3D معادله های حاکم بر حرکت سیال را با به کارگیری تقریب احجام محدود حل می کند. در این روش محیط جریان به شبکه ای با سلول های مستطیلی ثابت تقسیم می شود و برای هر کدام از این سلول ها مقادیرهای میانگین کمیت های وابسته تعریف می شود. برای این پژوهش و در این نرم افزار از تکنیک عددی روش حجم سیال (VOF) با به کارگیری تقریب احجام محدود برای شبیه سازی هندسی استفاده می شود.

معادلات حاکم در نرم افزار FLOW-3D

در نرم افزار FLOW-3D از معادلات حرکت سیال مختلفی استفاده می شود. معادلات دیفرانسیل در قالب مختصات کارتزین (x, y, z) نوشته می شوند. در صورت نیاز به استفاده از مختصات استوانه ای x به جهت شعاعی، y به جهت زاویه ای و z به جهت محوری انتقال می یابند. برای هندسه های استوانه ای نیز برخی ترم های اضافی به معادلات حرکت کارتزین اضافه می شود. برای این ترم ها ضریب ویژه ای تعریف شده است. اگر این ضریب صفر باشد، مختصات مربوط به هندسه کارتزین و اگر یک باشد، مختصات مربوط به هندسه استوانه خواهد بود. از جمله معادلات حرکت سیال پر کاربرد در نرم افزار FLOW-3D می توان به معادله کلی پیوستگی جرم، معادلات مومنتوم، معادلات ورود هوا، مدل های حل آشفتگی، مدل های صفر معادله ای، معادله های یک معادله ای، مدل تنش و مدل شبیه سازی گردابه های بزرگ اشاره کرد.

روش انجام مدل سازی عددی

اولین گام در مدل سازی عددی، کالیبره کردن مدل است. مقصود از کالیبراسیون مدل آن است که تأثیرات عوامل خارجی به کمترین مقدار رسانده شود تا شرایط مدل به شرایط واقعی نزدیک تر باشد. به منظور کالیبراسیون و مدل سازی در نرم افزار FLOW-3D نخست باید کلیات مدل و در ادامه خواص فیزیکی

سرریز قرار داشتند، در پارامتر بی بعد (S_f) ادغام شدند. پس از حذف پارامترهای بی بعد ثابت، معادله (۴) به عنوان معادله بی بعد نهایی برای محاسبه ضریب آبگذری در پژوهش حاضر ارائه شد.

$$C_d = f(H_t / P, H_f / P, S_f, Fr) \quad (4)$$

در معادله (۴)، C_d معرف ضریب آبگذری، H_t / P معرف نسبت هد هیدرولیکی کل (هد هیدرولیکی کل به ارتفاع سرریز)، S_f معرف فاکتور شکل سرریز و H_f / P معرف نسبت افت هیدرولیکی سرریز و Fr معرف عدد فرود است.

مدل سازی فیزیکی

در پژوهش حاضر برای درک بهتر از ابعاد و طراحی مدل های فیزیکی سرریزهای زیگزاگی مستطیلی و کلیدپیانویی، مشخصات هندسی و هیدرولیکی آنها در جدول ۱ ارائه شده است.

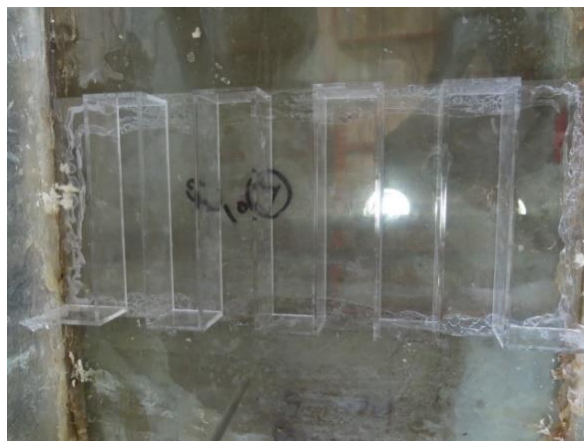
در پژوهش حاضر از پلکسی گلاس با ضخامت ۳ میلی متر برای ساخت مدل فیزیکی سرریزها استفاده شد. سرریزها در فاصله ۶ متری از ابتدای فلوم نصب شدند تا از تأثیر منفی تغییرات لحظه ای سطح جریان روی دقت قرائت هد هیدرولیکی جلوگیری به عمل آید. شکل ۵، مدل فیزیکی سرریزهای زیگزاگی مستطیلی و کلیدپیانویی در پژوهش حاضر را نشان می دهد.

روش انجام آزمایش های مدل فیزیکی

پس از روشن کردن پمپ، مدت زمان ۲۰ دقیقه برای برقراری جریان یکنواخت در فلوم در نظر گرفته شد. جریان ورودی به فلوم با استفاده از یک سرریز مثلثی لبه تیز و مانومتر، قرائت و اندازه گیری می شد. برداشت اطلاعات هیدرولیکی جریان در ۲ نقطه و به فواصل ۴۰ تا ۱۰۰ سانتی متر از بالادست سرریز انجام می شد (بر اساس توصیه باس (۶))، در صورتی که بخواهیم هد هیدرولیکی کل در بالادست سرریز را اندازه گیری کنیم، بایستی در فاصله ۳ تا ۴ برابر بیشینه ظرفیت آبگذری سرریز این کار انجام شود). همچنین در پژوهش حاضر تمامی آزمایش ها بدون کنترل پایین دست انجام شدند.

جدول ۱. مشخصات هندسی و هیدرولیکی سرریزهای زیگزاگی مستطیلی و کلیدپیانویی در پژوهش حاضر

Number of Test	Number of Discharges	w/P	N	L (cm)	t _s (mm)	R(in) (cm)	R(Out) (cm)	R(avg) (cm)	P (cm)	A (cm)	w (cm)	W (cm)	B (cm)	ID Weir	S _f
12	12	2	4	252	3	—	—	—	6	6	12	60	24	RCL	سرریز زیگزاگی خطی
12	12	2	4	261/19	3	63	87	75	6	6	12	60	24/08	ARCL	سرریز زیگزاگی قوسی
12	12	2	4	252	3	—	—	—	6	6	12	60	24	PKW	سرریز کلیدپیانویی خطی
12	12	2	4	261/19	3	63	87	75	6	6	12	60	24/08	APKW	سرریز کلیدپیانویی قوسی



شکل ۵. مدل فیزیکی سرریزهای زیگزاگی مستطیلی و کلیدپیانویی در پژوهش حاضر

انتها نیز شبیه‌سازی آغاز می‌شود.

تولید هندسه مدل: ابتدا هندسه سرریزها و محیط جریان در نرم‌افزار تعریف می‌شود.

شبکه‌بندی: محیط جریان به شبکه‌ای با سلول‌های مستطیلی

و خواص سیال تعیین شوند. بعد از این مراحل نوبت به تولید هندسه مدل، شبکه‌بندی و مش‌بندی می‌رسد که در ادامه، این مراحل به تفصیل توضیح داده می‌شوند. در گام بعد شرایط مرزی تعیین می‌شود. سپس خروجی‌های مورد نیاز تنظیم شده و در

مدل (RNG (Renormalization Group): یک نسخه پیشرفته‌تر از مدل $k-\varepsilon$ است که برای جریان‌های با انحنای زیاد و جریان‌های چرخشی مناسب است.

مدل (LES (Large Eddy Simulation): این مدل برای شبیه‌سازی مستقیم گردابه‌های بزرگ استفاده می‌شود و دقت بیشتری دارد، اما نیاز به منابع محاسباتی بیشتری دارد.

مدل (DES (Detached Eddy Simulation): ترکیبی از مدل RANS (برای مناطق نزدیک به دیواره) و LES (برای مناطق دور از دیواره) است.

مدل $k-\omega$ (k-omega): این مدل برای جریان‌های با لایه مرزی و جریان‌های با جدایش بهتر عمل می‌کند. دو معادله برای انرژی جنبشی آشفتگی (k) و فرکانس ویژه آشفتگی (ω) حل می‌شود.

با توجه به رایج بودن مدل‌های $k-\varepsilon$ و RNG در نرم‌افزار FLOW-3D و تطبیق‌پذیری آن‌ها با جریان‌های هیدرولیکی با عدد رینولدز زیاد، به‌ویژه مدل $k-\varepsilon$ RNG به دلیل دقت زیاد در شبیه‌سازی جریان‌های با انحنای زیاد (مانند جریان در سرریزهای زیگزاگی) گزینه برتر در این پژوهش بوده است.

در شکل ۶ مدل‌سازی عددی با استفاده از نرم‌افزار FLOW-3D، برای سرریز کلیدپیانویی و سرریز زیگزاگی مستطیلی و در جدول ۲ نیز اطلاعات مش‌بندی بلوک برای سرریزها ارائه شده است.

نتایج و بحث

در پژوهش حاضر به بررسی آزمایشگاهی ضریب آب‌گذری، افت هیدرولیکی و عدد فرود در سرریزهای زیگزاگی مستطیلی و کلیدپیانویی پرداخته شد که نتایج آن در ادامه به تفصیل ارائه شده است.

در جدول‌های ۳ تا ۶، نتایج حاصل از مشاهدات آزمایشگاهی به همراه محاسبات مربوط به افت هیدرولیکی برای هر سرریز ارائه شده است.

ثابت تقسیم شد. این شبکه‌بندی به صورت بلوک‌بندی انجام شده و هر بلوک دارای اندازه‌های مشخصی از سلول‌ها است. پس از ایجاد شبکه، دقت و کیفیت آن بررسی شده است تا اطمینان حاصل شود که شبکه به اندازه کافی دقیق است و نتایج قابل اعتمادی تولید می‌کند.

نحوه انتخاب سائز مش بهینه

دقت محاسبات: سائز مش باید به اندازه‌ای کوچک باشد که بتواند جزئیات جریان را به خوبی مدل‌سازی کند؛ اما نه آنقدر کوچک که زمان محاسبات به شدت افزایش یابد.

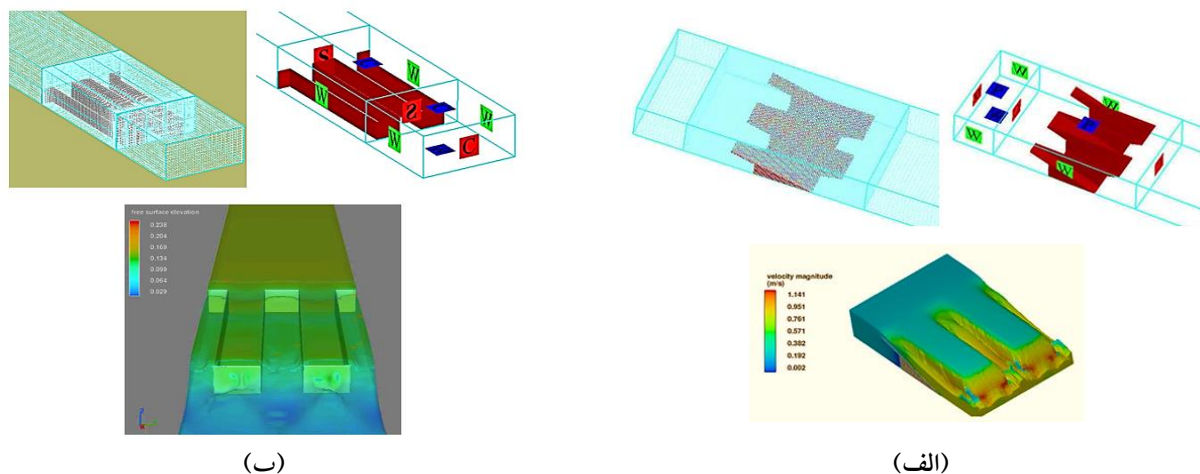
توزیع مناسب مش: مش‌بندی باید به گونه‌ای باشد که در مناطق با تغییرات شدید جریان (مانند نزدیک سرریز) تراکم بیشتری داشته باشد و در مناطق با تغییرات کمتر، تراکم کمتری داشته باشد.

تست حساسیت: معمولاً چندین شبکه با اندازه‌های مختلف تست می‌شوند تا اطمینان حاصل شود که نتایج به اندازه مش حساس نیستند و به یک مقدار همگرا شده‌اند.

شرایط مرزی: در این پژوهش، شرایط مرزی با توجه به داده‌های آزمایشگاهی و مشخصات فلوم تعریف شده‌اند. برای نمونه شرایط مرزی ورودی، دبی جریان و هد هیدرولیکی بر اساس داده‌های آزمایشگاهی تنظیم شده‌اند. مرز خروجی، فشار اتمسفری یا جریان آزاد به عنوان شرط مرزی خروجی در نظر گرفته شده است. در دیواره‌ها، شرط مرزی بدون لغزش برای دیواره‌های فلوم و سرریزها اعمال شده است و در سطح آزاد، شرط مرزی سطح آزاد برای مدل‌سازی سطح آب در فلوم استفاده شده است.

مدل‌های آشفتگی پرکاربرد در نرم‌افزار FLOW-3D

مدل $k-\varepsilon$ (k-epsilon): الف) این مدل یکی از پرکاربردترین مدل‌های آشفتگی در مهندسی سیالات است. ب) دو معادله برای انرژی جنبشی آشفتگی (k) و نرخ اتلاف انرژی (ε) حل می‌شود. ج) مناسب برای جریان‌های با عدد رینولدز زیاد و جریان‌های کاملاً توسعه یافته است.



شکل ۶. مدل سازی عددی با استفاده از نرم افزار FLOW-3D، (الف) سرریز کلیدپیانویی (ب) سرریز زیگزاگی مستطیلی

جدول ۲. اطلاعات مش بندی بلوک برای سرریزها

ID Weir	Block	Subject	Minimum Cell Size	Maximum Cell Size
RCL	2	X	0.0174475	0.0174479
	2	Y	0.017647	0.0176471
	2	Z	0.0175	0.0186111
PKW	2	X	-13	70
	2	Y	0	30
	2	Z	0	14

جدول ۳. نتایج حاصل از مشاهدات آزمایشگاهی و محاسبات مربوط به افت هیدرولیکی سرریز ARCL

P (m)	Q (m ³ /s)	W (m)	q (m ² /s)	g (m/s ²)	hc (m)	A (m ²)	Vc ² (m/s)	h _v (m)	H _t (m)	h _f (m)	C _d	H _t /P	H _f /P	Fr
0.06	0.0032	0.6000	0.0053	9.8100	0.0141	0.0404	0.0061	0.0003	0.0357	0.0212	0.6370	0.1014	0.3541	1.1367
0.06	0.0063	0.6000	0.0105	9.8100	0.0224	0.0640	0.0097	0.0005	0.0573	0.0344	0.6457	0.1594	0.5737	0.9108
0.06	0.0101	0.6000	0.0168	9.8100	0.0306	0.0876	0.0132	0.0007	0.0788	0.0475	0.6492	0.2174	0.7919	0.7814
0.06	0.0142	0.6000	0.0236	9.8100	0.0384	0.1099	0.0166	0.0008	0.0976	0.0584	0.6403	0.2754	0.9726	0.6911
0.06	0.0214	0.6000	0.0357	9.8100	0.0506	0.1447	0.0218	0.0011	0.1218	0.0701	0.6042	0.3768	1.1685	0.5795
0.06	0.0296	0.6000	0.0493	9.8100	0.0628	0.1796	0.0271	0.0014	0.1315	0.0673	0.5127	0.5217	1.1224	0.4662
0.06	0.0346	0.6000	0.0576	9.8100	0.0697	0.1993	0.0301	0.0015	0.1236	0.0523	0.4017	0.6812	0.8724	0.3762
0.06	0.0395	0.6000	0.0658	9.8100	0.0761	0.2178	0.0329	0.0017	0.1249	0.0471	0.3436	0.8261	0.7851	0.3242
0.06	0.0437	0.6000	0.0728	9.8100	0.0814	0.2328	0.0351	0.0018	0.1299	0.0467	0.3193	0.9275	0.7776	0.2986
0.06	0.0478	0.6000	0.0796	9.8100	0.0864	0.2472	0.0373	0.0019	0.1351	0.0467	0.2990	1.0290	0.7787	0.2774
0.06	0.0543	0.6000	0.0905	9.8100	0.0942	0.2693	0.0407	0.0021	0.1459	0.0497	0.2896	1.1449	0.8276	0.2602
0.06	0.0619	0.6000	0.1032	9.8100	0.1027	0.2938	0.0444	0.0023	0.1586	0.0536	0.2856	1.2609	0.8940	0.2468

جدول ۴. نتایج حاصل از مشاهدات آزمایشگاهی و محاسبات مربوط به افت هیدرولیکی سرریز RCL

P (m)	Q (m ³ /s)	W (m)	q (m ² /s)	g (m/s ²)	hc (m)	A (m ²)	Vc ² (m/s)	h _v (m)	H _t (m)	h _f (m)	C _d	H _t /P	H _f /P	Fr
0.06	0.0037	0.6000	0.0061	9.8100	0.0156	0.0414	0.0078	0.0004	0.0375	0.0215	0.6495	0.1231	0.3585	1.1232
0.06	0.0061	0.6000	0.0101	9.8100	0.0218	0.0581	0.0109	0.0006	0.0540	0.0316	0.6689	0.1692	0.5265	0.9672
0.06	0.0117	0.6000	0.0196	9.8100	0.0339	0.0902	0.0169	0.0009	0.0845	0.0497	0.6744	0.2615	0.8290	0.7802
0.06	0.0202	0.6000	0.0336	9.8100	0.0486	0.1294	0.0243	0.0012	0.1171	0.0672	0.6494	0.3846	1.1198	0.6353
0.06	0.0338	0.6000	0.0564	9.8100	0.0687	0.1827	0.0343	0.0017	0.1501	0.0797	0.5814	0.5846	1.3287	0.4966
0.06	0.0386	0.6000	0.0644	9.8100	0.0750	0.1995	0.0374	0.0019	0.1492	0.0723	0.5150	0.6923	1.2050	0.4383
0.06	0.0421	0.6000	0.0701	9.8100	0.0794	0.2112	0.0396	0.0020	0.1421	0.0607	0.4388	0.8154	1.0116	0.3829
0.06	0.0450	0.6000	0.0750	9.8100	0.0831	0.2210	0.0415	0.0021	0.1380	0.0529	0.3803	0.9385	0.8810	0.3403
0.06	0.0470	0.6000	0.0783	9.8100	0.0855	0.2275	0.0427	0.0022	0.1356	0.0479	0.3375	1.0462	0.7990	0.3097
0.06	0.0484	0.6000	0.0806	9.8100	0.0872	0.2318	0.0435	0.0022	0.1338	0.0445	0.2997	1.1538	0.7412	0.2835
0.06	0.0505	0.6000	0.0842	9.8100	0.0897	0.2386	0.0448	0.0023	0.1364	0.0444	0.2842	1.2308	0.7403	0.2696
0.06	0.0547	0.6000	0.0912	9.8100	0.0946	0.2517	0.0472	0.0024	0.1436	0.0466	0.2811	1.3077	0.7767	0.2606

جدول ۵. نتایج حاصل از مشاهدات آزمایشگاهی و محاسبات مربوط به افت هیدرولیکی سرریز APKW

P (m)	Q (m ³ /s)	W (m)	q (m ² /s)	g (m/s ²)	hc (m)	A (m ²)	Vc ² (m/s)	h _v (m)	H _t (m)	h _f (m)	C _d	H _t /P	H _f /P	Fr
0.06	0.3815	0.1538	0.0031	0.6000	0.0051	9.8100	0.0138	0.0374	0.0066	0.0003	0.0232	0.0090	0.1506	0.8309
0.06	0.3968	0.3077	0.0090	0.6000	0.0150	9.8100	0.0284	0.0769	0.0136	0.0007	0.0485	0.0195	0.3246	0.5953
0.06	0.3356	0.4615	0.0140	0.6000	0.0233	9.8100	0.0381	0.1031	0.0183	0.0009	0.0606	0.0216	0.3606	0.4597
0.06	0.3351	0.5231	0.0168	0.6000	0.0280	9.8100	0.0431	0.1168	0.0207	0.0011	0.0686	0.0245	0.4076	0.4316
0.06	0.3317	0.5692	0.0189	0.6000	0.0315	9.8100	0.0466	0.1262	0.0224	0.0011	0.0739	0.0262	0.4363	0.4123
0.06	0.2856	0.7846	0.0263	0.6000	0.0439	9.8100	0.0581	0.1574	0.0279	0.0014	0.0887	0.0292	0.4862	0.3341
0.06	0.2801	0.8615	0.0297	0.6000	0.0495	9.8100	0.0630	0.1707	0.0303	0.0015	0.0958	0.0313	0.5217	0.3168
0.06	0.2488	0.9692	0.0315	0.6000	0.0525	9.8100	0.0655	0.1774	0.0315	0.0016	0.0983	0.0313	0.5213	0.2871
0.06	0.2592	1.0769	0.0384	0.6000	0.0640	9.8100	0.0747	0.2026	0.0359	0.0018	0.1126	0.0360	0.6006	0.2761
0.06	0.2492	1.1846	0.0426	0.6000	0.0710	9.8100	0.0801	0.2171	0.0385	0.0020	0.1203	0.0383	0.6380	0.2598
0.06	0.2530	1.2615	0.0475	0.6000	0.0792	9.8100	0.0862	0.2335	0.0414	0.0021	0.1296	0.0413	0.6881	0.2530
0.06	0.2463	1.2923	0.0480	0.6000	0.0800	9.8100	0.0867	0.2350	0.0417	0.0021	0.1302	0.0414	0.6894	0.2478

جدول ۶. نتایج حاصل از مشاهدات آزمایشگاهی و محاسبات مربوط به افت هیدرولیکی سرریز PKW

P (m)	Q (m ³ /s)	W (m)	q (m ² /s)	g (m/s ²)	hc (m)	A (m ²)	Vc ² (m/s)	h _v (m)	H _t (m)	h _f (m)	C _d	H _t /P	H _f /P	Fr
0.06	0.0046	0.6000	0.0077	9.8100	0.0182	0.0520	0.0079	0.0004	0.0330	0.0144	0.4174	0.1846	0.2399	0.7549
0.06	0.0080	0.6000	0.0133	9.8100	0.0262	0.0748	0.0114	0.0006	0.0439	0.0171	0.3612	0.2923	0.2857	0.5717
0.06	0.0118	0.6000	0.0197	9.8100	0.0341	0.0972	0.0148	0.0008	0.0566	0.0218	0.3545	0.3846	0.3631	0.4953
0.06	0.0140	0.6000	0.0233	9.8100	0.0381	0.1087	0.0165	0.0008	0.0632	0.0243	0.3533	0.4308	0.4044	0.4675
0.06	0.0168	0.6000	0.0280	9.8100	0.0431	0.1230	0.0187	0.0010	0.0686	0.0246	0.3181	0.5231	0.4093	0.4096
0.06	0.0200	0.6000	0.0333	9.8100	0.0483	0.1380	0.0209	0.0011	0.0762	0.0267	0.3077	0.6000	0.4456	0.3783
0.06	0.0232	0.6000	0.0386	9.8100	0.0534	0.1524	0.0231	0.0012	0.0825	0.0280	0.2880	0.6923	0.4664	0.3445
0.06	0.0304	0.6000	0.0507	9.8100	0.0640	0.1826	0.0277	0.0014	0.0977	0.0324	0.2722	0.8615	0.5392	0.3030
0.06	0.0352	0.6000	0.0587	9.8100	0.0706	0.2015	0.0306	0.0016	0.1066	0.0345	0.2522	1.0000	0.5743	0.2742
0.06	0.0392	0.6000	0.0654	9.8100	0.0758	0.2164	0.0328	0.0017	0.1145	0.0370	0.2513	1.0769	0.6162	0.2639
0.06	0.0466	0.6000	0.0777	9.8100	0.0850	0.2428	0.0368	0.0019	0.1280	0.0411	0.2444	1.2308	0.6855	0.2446
0.06	0.0480	0.6000	0.0800	9.8100	0.0867	0.2476	0.0376	0.0019	0.1302	0.0416	0.2338	1.2923	0.6929	0.2352

کمتر تیغه‌های جریان عبوری از سرریز است. به‌طور محسوس افزایش هد هیدرولیکی در سرریزهای APKW و PKW موجب افزایش تداخل تیغه‌های جریان عبوری از آن سرریزها شده است که مشخصاً دارای ضریب آبگذری کمتری نیز هستند.

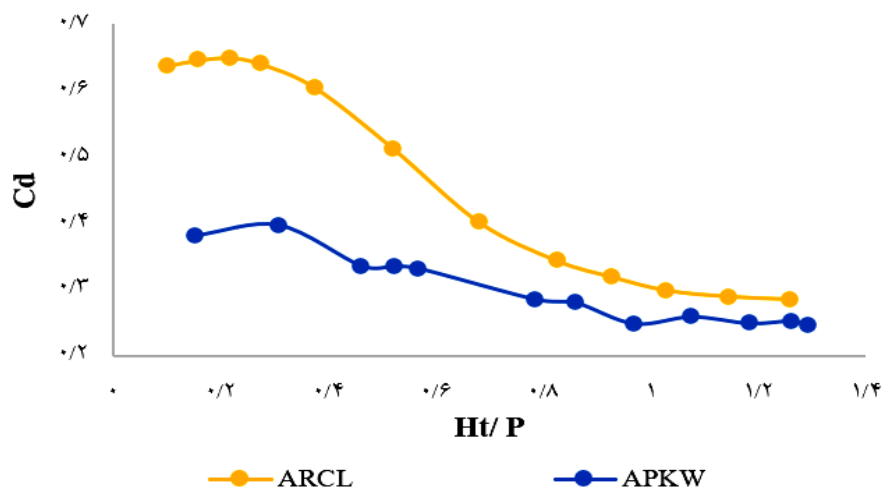
بررسی ضریب آبگذری در مقابل عدد فرود برای سرریزهای با پلان قوسی و خطی

در شکل‌های ۹ و ۱۰، افزایش عدد فرود موجب افزایش ضریب آبگذری در سرریزهای قوسی و خطی شده است و این درحالی است که افزایش ضریب آبگذری به سمت بی‌نهایت میل نمی‌کند؛ بلکه از یک مقدار مشخص به بعد به سمت یک مقدار ثابت میل می‌کند و این بدان معناست که سرریز دارای عملکرد هیدرولیکی ثابتی شده است. به‌طور تقریبی دامنه تغییرات عدد فرود در تمامی سرریزهای قوسی و خطی بین ۰/۲۲ تا ۱/۱۳ و دامنه تغییرات ضریب آبگذری بین ۰/۲۲ تا ۰/۶۴ است.

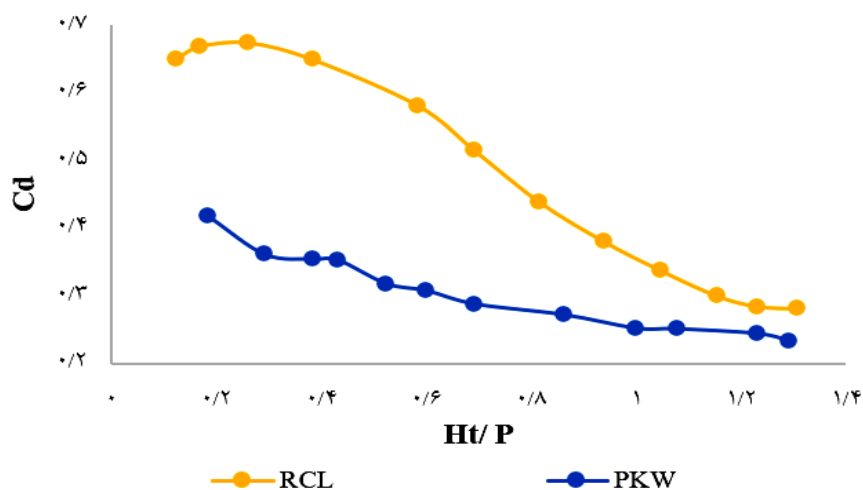
در جدول‌های ۳ تا ۶، C_d معرف ضریب آبگذری، H_t/P معرف نسبت هد هیدرولیکی کل به ارتفاع سرریز، Q معرف ظرفیت آبگذری، B معرف عرض کانال، q معرف دبی در واحد عرض، g معرف شتاب ثقل، hc معرف هد هیدرولیکی بحرانی، A معرف سطح مقطع جریان، Vc² معرف سرعت بحرانی جریان، h_v معرف ارتفاع معادل سرعت، H_t معرف هد هیدرولیکی کل، H_f/P معرف نسبت افت هیدرولیکی سرریز به ارتفاع سرریز و Fr معرف عدد فرود است.

بررسی ضریب آبگذری در مقابل هد هیدرولیکی برای سرریزهای با پلان قوسی و خطی

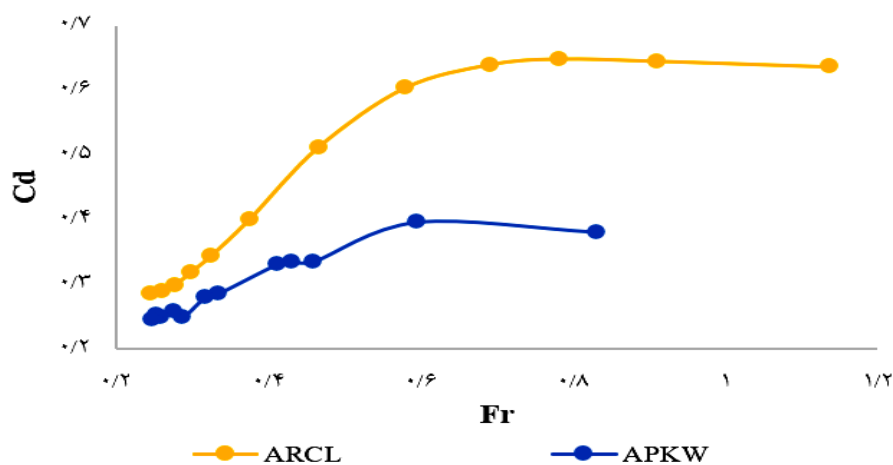
شکل‌های ۷ و ۸ نشان می‌دهند با افزایش هد هیدرولیکی از میزان ضریب آبگذری کاسته می‌شود. دامنه تغییرات هد هیدرولیکی بین ۰/۱ تا ۱/۳۰ و دامنه تغییرات ضریب آبگذری بین ۰/۲۳ تا ۰/۶۴ است. سرریزهای ARCL و RCL دارای بیشترین ضریب آبگذری هستند که دلیل آن تداخل



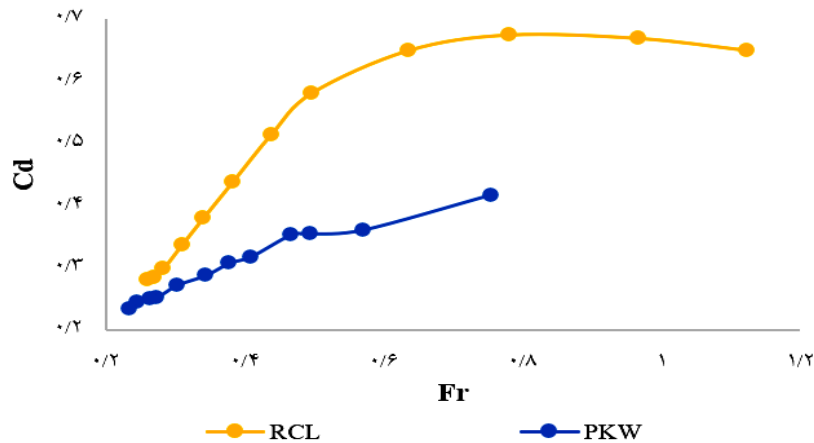
شکل ۷. ضریب آبگذری در مقابل هد هیدرولیکی برای سرریزهای با پلان قوسی



شکل ۸. ضریب آبگذری در مقابل هد هیدرولیکی برای سرریزهای با پلان خطی



شکل ۹. ضریب آبگذری در مقابل عدد فرود برای سرریزهای با پلان قوسی



شکل ۱۰. ضریب آبگذری در مقابل عدد فرود برای سرریزهای با پلان خطی

درحالی که در سرریزهای APKW و PKW این گونه نیست و کاهش افت هیدرولیکی تقریباً روند مشخصی دارد. به عبارت دیگر در مقادیر 0.35 تا 0.55 از عدد فرود، افت هیدرولیکی برای سرریز ARCL روند صعودی دارد؛ درحالی که در همین مقادیر، افت هیدرولیکی برای سرریز APKW روند کاهشی دارد. سرریزهای قوسی زیگزاگی نسبت به نوع خطی زیگزاگی کنترل بهتری در افزایش و یا کاهش افت هیدرولیکی دارند؛ به این صورت که نمودارهای آن‌ها از خمیدگی ملایم‌تری برخوردار هستند.

مقایسه نتایج مدل‌سازی فیزیکی و عددی در پژوهش حاضر

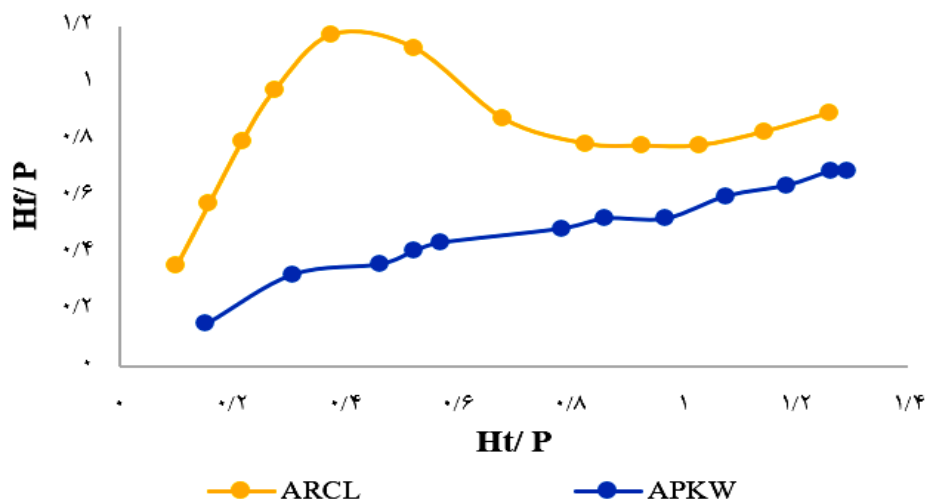
در شکل ۱۵ با افزایش هد هیدرولیکی از میزان ضریب آبگذری کاسته می‌شود و این روند برای تمامی سرریزها که به صورت آزمایشگاهی و عددی مدل‌سازی شده‌اند، محسوس است. برای مدل‌سازی عددی، ضریب آبگذری در بازه $0.72-0.26$ متغیر بوده و برای هد هیدرولیکی از بازه $1.4-0.8$ متغیر بوده است. در شکل ۱۶، در سرریزهای کلیدیپانویی افزایش هد هیدرولیکی موجب افزایش افت هیدرولیکی شده و در این صورت یک رابطه تقریباً خطی بین آن‌ها برقرار شده است؛ درحالی که در مورد سرریزهای زیگزاگی مستطیلی این چنین نیست و روند سینوسی دارد. به عبارت دیگر افزایش هد هیدرولیکی تا یک مقدار مشخص موجب افزایش افت هیدرولیکی شده و از یک مقدار مشخص به بعد موجب کاهش افت هیدرولیکی می‌شود.

بررسی افت هیدرولیکی در مقابل هد هیدرولیکی برای سرریزهای با پلان قوسی و خطی

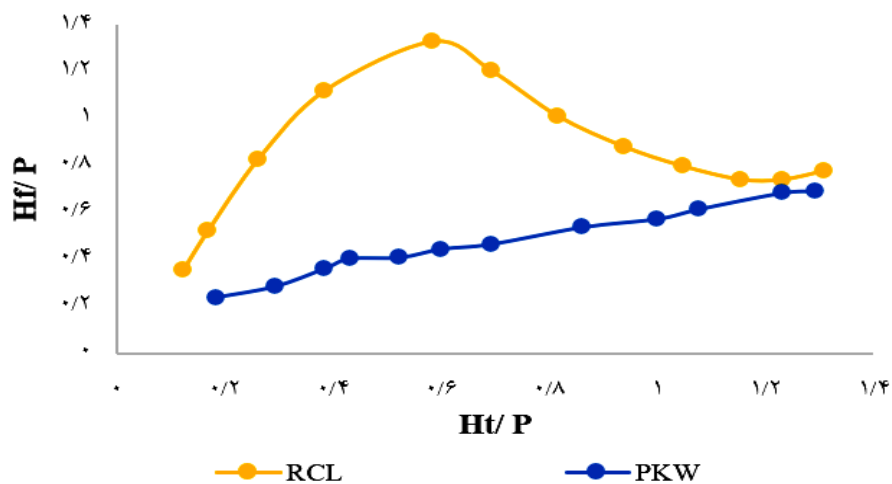
در شکل‌های ۱۱ و ۱۲، با افزایش هد هیدرولیکی، میزان افت هیدرولیکی نیز به طور تقریبی افزایش می‌یابد. این روند تا رسیدن به یک هد هیدرولیکی مشخص ادامه دارد و پس از آن، کاهش در افت هیدرولیکی دیده می‌شود. نوسانات مشاهده شده در افت هیدرولیکی سرریزهای زیگزاگی قوسی و خطی را می‌توان به گسترش پدیده استغراق (Submergence) در طول تاج سرریز نسبت داد. به عبارت دیگر، در نقاطی که سرریز دچار استغراق موضعی می‌شود، افت هیدرولیکی کاهش یافته و سپس مجدداً افزایش می‌یابد. در این میان، سرریزهای APKW و PKW در مقایسه با سایر سرریزهای قوسی و خطی، دارای افت هیدرولیکی کمتری هستند؛ درحالی که بیشترین میزان افت هیدرولیکی مربوط به سرریزهای ARCL و RCL است. این نتایج نشان می‌دهد که هندسه و پلان سرریزها تأثیر قابل توجهی بر میزان افت هیدرولیکی و رفتار جریان دارد.

بررسی افت هیدرولیکی در مقابل عدد فرود برای سرریزهای با پلان قوسی و خطی

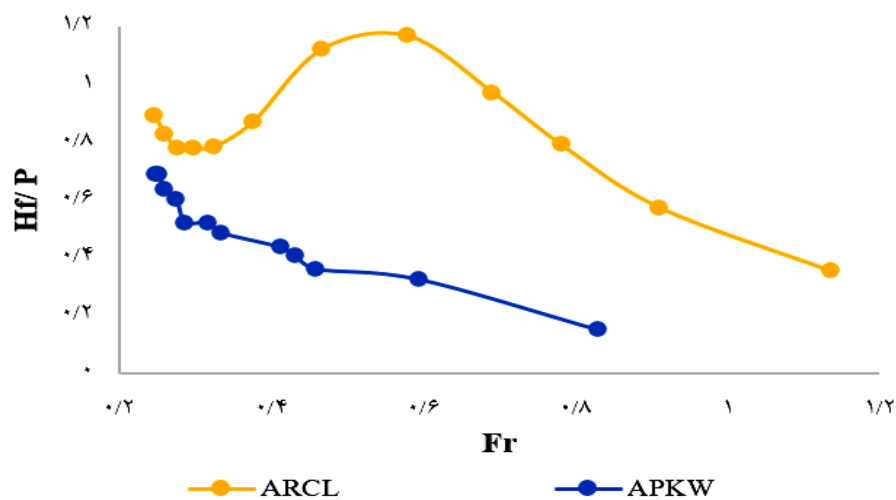
در شکل‌های ۱۳ و ۱۴ با افزایش عدد فرود از میزان افت هیدرولیکی کاسته می‌شود. در سرریزهای زیگزاگی قوسی و خطی ARCL و RCL شاهد نوسان در افت هیدرولیکی هستیم؛



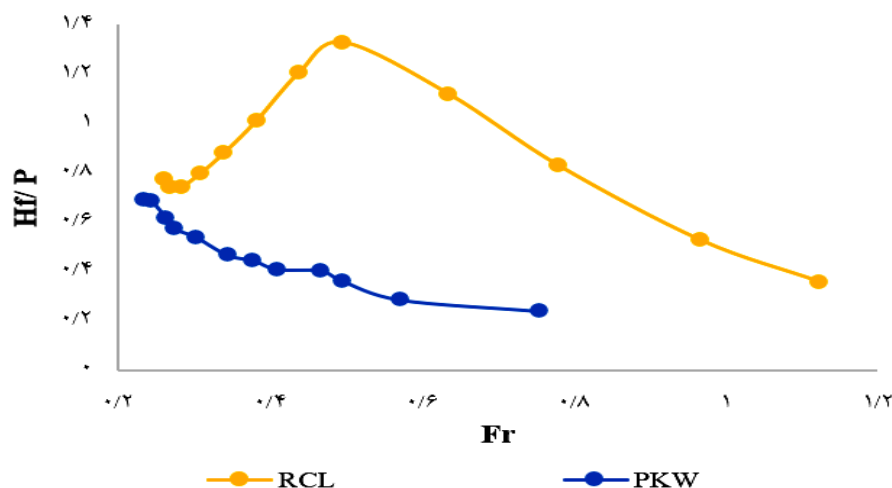
شکل ۱۱. افت هیدرولیکی در مقابل هد هیدرولیکی برای سرریزهای با پلان قوسی



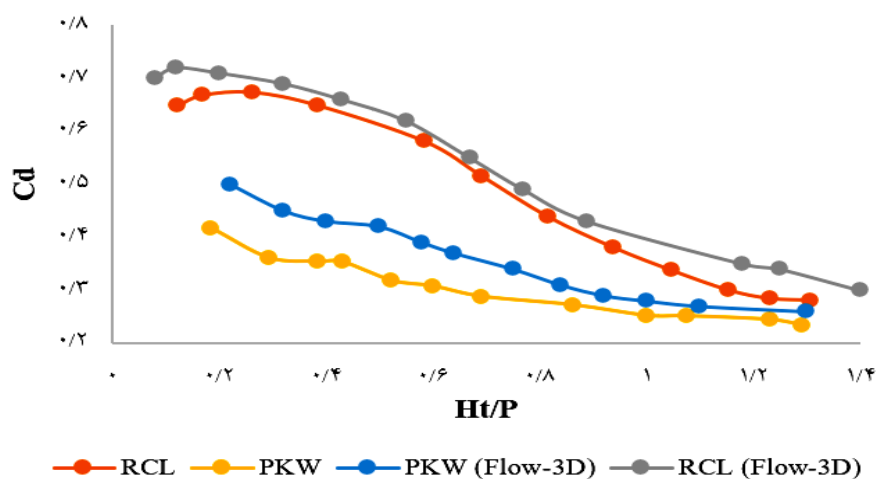
شکل ۱۲. افت هیدرولیکی در مقابل هد هیدرولیکی برای سرریزهای با پلان خطی



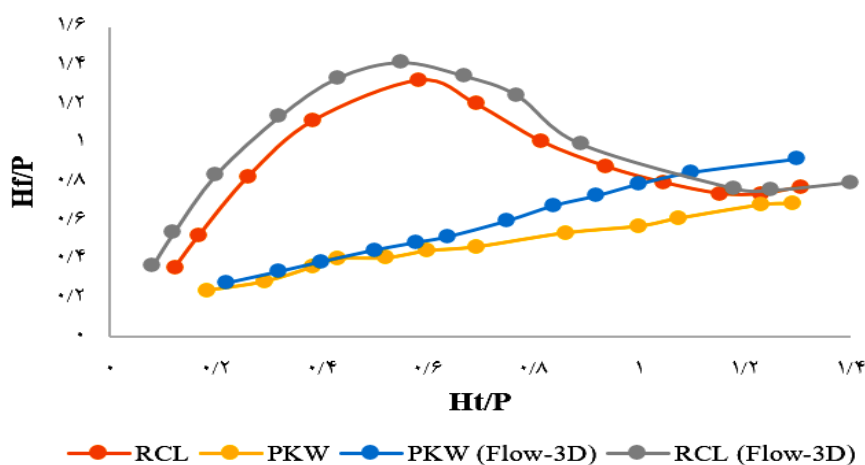
شکل ۱۳. افت هیدرولیکی در مقابل عدد فرود برای سرریزهای با پلان قوسی



شکل ۱۴. افت هیدرولیکی در مقابل عدد فرود برای سرریزهای با پلان خطی



شکل ۱۵. ضریب آبگذری در مقابل هد هیدرولیکی برای سرریزهای زیگزاگی و کلیدپیانویی



شکل ۱۶. افت هیدرولیکی در مقابل هد هیدرولیکی برای سرریزهای زیگزاگی و کلیدپیانویی

(Hf/P)، از فرمول کلی درصد خطا استفاده می‌شود. برای نمونه، برای محاسبه خطای عدد فرود داریم (معادله ۸):

$$\text{Percentage Error (Fr)} = |(\text{Fr})_{\text{Experimental}} - (\text{Fr})_{\text{Numerical}}| / (\text{Fr})_{\text{Experimental}} \times 100$$

مثال محاسبه خطا

فرض کنید مقدار ضریب آبگذری (Cd) در آزمایش فیزیکی برابر با ۰/۶۵ و در مدل‌سازی عددی برابر با ۰/۷۰ باشد. درصد خطا به صورت زیر محاسبه می‌شود.

$$\text{Percentage Error (Cd)} = |0.65 - 0.70| / 0.65 \times 100 = |-0.05 / 0.65| \times 100 \approx 7.69\%$$

در جمع بندی این بخش باید بیان داشت درصد خطا برای هر پارامتر مانند Cd، Hf/P، Fr و غیره با استفاده از فرمول کلی درصد خطا محاسبه می‌شود. همچنین این خطاها نشان‌دهنده اختلاف بین مقادیر آزمایشگاهی و مدل‌سازی عددی هستند و به صورت درصد بیان می‌شوند. در پژوهش حاضر، خطاهای محاسبه شده برای ضریب آبگذری (Cd) و نسبت افت هیدرولیکی (Hf/P) در محدوده ۱۰ تا ۳۰ درصد به دست آمده‌اند. این روش محاسبه خطا به پژوهشگران کمک می‌کند تا دقت مدل‌سازی عددی را نسبت به داده‌های آزمایشگاهی ارزیابی کنند و نتایج را با اطمینان بیشتری تحلیل نمایند.

در جدول ۷ مقایسه میزان خطا در مدل‌سازی فیزیکی و عددی ارائه شده است.

با توجه به جدول ۷، میزان خطای مدل‌سازی عددی نسبت به مدل‌سازی فیزیکی برای پارامترهای مختلف به شرح زیر است.

برای سرریزهای کلیدپیانویی (PKW):

- میزان خطا در ضریب آبگذری (Cd) بین ۱۱/۴۴ تا ۲۴/۶۰ درصد متغیر است.

- میزان خطا در نسبت افت هیدرولیکی به ارتفاع سرریز (Hf/P) بین ۰/۶ تا ۱۹/۱۷ درصد متغیر است.

برای تمامی سرریزها، مقادیر مدل‌سازی عددی از مدل‌سازی فیزیکی بیشتر است و این از نظر فاکتور ایمنی در مباحث فنی موضوعیت پیدا می‌کند و نشانه مثبتی تلقی می‌شود.

نحوه محاسبه درصد خطا

در این بخش، خطاهای بین مدل‌سازی عددی و مدل‌سازی فیزیکی محاسبه شده‌اند. این خطاها معمولاً به صورت درصد خطا (Percentage Error) بیان می‌شوند و از فرمول‌های استاندارد برای محاسبه خطا استفاده می‌شود. در ادامه، نحوه محاسبه خطا و فرمول‌های مرتبط ارائه شده‌اند.

رابطه کلی محاسبه درصد خطا

برای محاسبه درصد خطا بین مقادیر مدل‌سازی عددی و مدل‌سازی فیزیکی، از معادله (۵) استفاده می‌شود:

$$\text{Percentage Error} = |\text{Experimental Value} - \text{Numerical Value}| / \text{Experimental Value} \times 100$$

در این رابطه Experimental Value، مقدار اندازه‌گیری شده در آزمایش فیزیکی و Numerical Value، مقدار محاسبه شده در مدل‌سازی عددی است.

محاسبه خطا برای ضریب آبگذری (Cd)

برای محاسبه خطای ضریب آبگذری (Cd) از معادله (۶) استفاده می‌شود.

$$\text{Percentage Error (Cd)} = |Cd_{\text{Experimental}} - Cd_{\text{Numerical}}| / Cd_{\text{Experimental}} \times 100$$

محاسبه خطا برای نسبت افت هیدرولیکی (Hf/P)

برای محاسبه خطای نسبت افت هیدرولیکی (Hf/P) از معادله (۷) استفاده می‌شود.

$$\text{Percentage Error (Hf/P)} = |(Hf/P)_{\text{Experimental}} - (Hf/P)_{\text{Numerical}}| / (Hf/P)_{\text{Experimental}} \times 100$$

محاسبه خطا برای سایر پارامترها

برای سایر پارامترها مانند عدد فرود (Fr) یا هد هیدرولیکی

جدول ۷. مقایسه میزان خطا در مدل سازی فیزیکی و عددی

No.	PKW			PKW (FLOW-3D)			میزان خطا (درصد) میزان خطا (درصد)	
	PKW C_d	PKW H_t/P	PKW H_f/P	PKW C_d	PKW H_t/P	PKW H_f/P	C_d	H_f/P
1	0.4174	0.1846	0.2399	0.5	0.22	0.28	19.80	19.17
2	0.3612	0.2923	0.2857	0.45	0.32	0.34	24.60	9.47
3	0.3545	0.3846	0.3631	0.43	0.4	0.39	21.31	4.00
4	0.3533	0.4308	0.4044	0.42	0.5	0.45	18.87	16.07
5	0.3181	0.5231	0.4093	0.39	0.58	0.49	22.61	10.88
6	0.3077	0.6000	0.4456	0.37	0.64	0.52	20.23	6.67
7	0.2880	0.6923	0.4664	0.34	0.75	0.6	18.07	8.33
8	0.2722	0.8615	0.5392	0.31	0.84	0.68	13.90	2.50
9	0.2522	1.0000	0.5743	0.29	0.92	0.73	14.99	8.00
10	0.2513	1.0769	0.6162	0.28	1	0.79	11.44	7.14
11	0.2444	1.2308	0.6855	0.27	1.1	0.85	10.49	10.63
12	0.2338	1.2923	0.6929	0.26	1.3	0.92	11.19	0.60

No.	RCL			RCL (FLOW-3D)			میزان خطا (درصد) میزان خطا (درصد)	
	RCL C_d	RCL H_t/P	RCL H_f/P	RCL C_d	RCL H_t/P	RCL H_f/P	C_d	H_f/P
1	0.6495	0.1231	0.3585	0.7	0.08	0.37	7.77	35.00
2	0.6689	0.1692	0.5265	0.72	0.12	0.54	7.65	29.09
3	0.6744	0.2615	0.8290	0.71	0.2	0.84	5.27	23.53
4	0.6494	0.3846	1.1198	0.69	0.32	1.14	6.25	16.80
5	0.5814	0.5846	1.3287	0.66	0.43	1.34	13.53	26.45
6	0.5150	0.6923	1.2050	0.62	0.55	1.42	20.38	20.56
7	0.4388	0.8154	1.0116	0.55	0.67	1.35	25.33	17.83
8	0.3803	0.9385	0.8810	0.49	0.77	1.25	28.83	17.95
9	0.3375	1.0462	0.7990	0.43	0.89	1	27.40	14.93
10	0.2997	1.1538	0.7412	0.35	1.18	0.77	16.77	2.27
11	0.2842	1.2308	0.7403	0.34	1.25	0.76	19.64	1.56
12	0.2811	1.3077	0.7767	0.3	1.4	0.8	6.74	7.06

برای سرریزهای زیگزاگی مستطیلی (RCL):

- میزان خطا در ضریب آبگذری (C_d) بین ۶/۷۴ تا ۲۸/۸۳ درصد متغیر است.
- میزان خطا در نسبت افت هیدرولیکی به ارتفاع سرریز (H_f/P) بین ۱/۵۶ تا ۳۵ درصد متغیر است.

خطاهای ارائه شده نشان می دهند که مدل عددی با دقت قابل قبولی توانسته است رفتار جریان را شبیه سازی کند. در این پژوهش، با توجه به نتایج ارائه شده، به نظر می رسد که سائز مش انتخاب شده به اندازه ای بوده است که بتواند جزئیات جریان را به خوبی مدل کند و نتایج قابل اعتمادی تولید کند.

به کمک نرم افزار SPSS، از روش های Linear، Logarithmic، S، Power، Compound، Cubic، Quadratic، Inverse، Growth، Exponential و Logistic برای بررسی آماری ضریب آبگذری (C_d) و افت هیدرولیکی (H_f/P) در سرریزهای ARCL، RCL، APKW، PKW استفاده شد. با توجه به نتایج تحلیل آماری، مدل هایی که بیشترین همبستگی با یک سرریز خاص را داشتند در جدول ۱۰ ارائه شده اند.

با توجه به جدول ۱۰، سرریز RCL از نظر ضریب آبگذری و سرریز PKW از نظر افت هیدرولیکی، بهترین همبستگی را با مدل آماری Cubic دارند. معادلات (۹) تا (۱۲) به ترتیب برای محاسبه افت هیدرولیکی سرریزهای RCL، ARCL، APKW، PKW تعیین شدند. همچنین معادلات (۱۳) تا (۱۶) به ترتیب برای محاسبه ضریب آبگذری سرریزهای RCL، ARCL، APKW و PKW تعیین شدند.

$$H_f/P = -0.207 + 6.635H_t/P - 10.143(H_t/P)^2 + 4.531(H_t/P)^3 \quad (9)$$

$$H_f/P = -0.449 + 7.405H_t/P - 9.927(H_t/P)^2 + 3.811(H_t/P)^3 \quad (10)$$

$$H_f/P = -0.028 + 1.451H_t/P - 1.499(H_t/P)^2 + 0.630(H_t/P)^3 \quad (11)$$

$$H_f/P = 0.087 + 0.940H_t/P - 0.747(H_t/P)^2 + 0.301(H_t/P)^3 \quad (12)$$

$$C_d = 0.194 + 2.289Fr - 1.911(Fr)^2 + 0.472(Fr)^3 \quad (13)$$

$$C_d = -0.388 + 3.286Fr - 3.4261(Fr)^2 + 1.030(Fr)^3 \quad (14)$$

$$C_d = 0.197 - 0.126Fr + 1.667(Fr)^2 - 1.502(Fr)^3 \quad (15)$$

$$C_d = 0.021 + 1.205Fr - 1.452(Fr)^2 + 0.728(Fr)^3 \quad (16)$$

نتیجه گیری

بررسی ضریب آبگذری در مقابل هد هیدرولیکی و عدد فرود برای سرریزهای قوسی و خطی افزایش هد هیدرولیکی موجب کاهش ضریب آبگذری در سرریزها شد. در مورد سرریزهای قوسی و خطی، می توان بیان داشت

همچنین، مقایسه نتایج مدل سازی عددی با مدل سازی فیزیکی نشان می دهد که مدل عددی با دقت خوبی نتایج را پیش بینی کرده است.

مقایسه نتایج پژوهش حاضر با پژوهش های دیگر

در جدول ۸، مشخصات هندسی و هیدرولیکی سرریزهای زیگزاگی در پژوهش حاضر برای مقایسه با پژوهش های پژوهشگران دیگر ارائه شده است.

در جدول ۸، S_f معرف فاکتور شکل سرریز، N معرف تعداد سیکل، w/P معرف نسبت عرض سیکل به ارتفاع سرریز، B/w معرف نسبت طول بال جانبی سرریز به عرض سیکل، L/B معرف نسبت طول سرریز به طول بال جانبی سرریز، L/w معرف نسبت طول سرریز به عرض سیکل، H_t/P معرف نسبت هد هیدرولیکی کل به ارتفاع سرریز، H_f/P معرف نسبت افت هیدرولیکی سرریز به ارتفاع سرریز و C_d معرف ضریب آبگذری است.

شکل ۱۷، مقایسه نتایج پژوهش حاضر با پژوهش های دیگر را نشان می دهد. در این شکل برای تمامی سرریزها، تغییرات H_t/P از ۰/۱۱ تا ۱/۲۰ و تغییرات H_f/P از ۰/۳۵ تا ۰/۸۱ است. روند کلی تغییرات H_t/P در مقابل H_f/P نشان می دهد که سرریز RCL بیشترین و سرریز ATRL کمترین افت هیدرولیکی را دارا هستند.

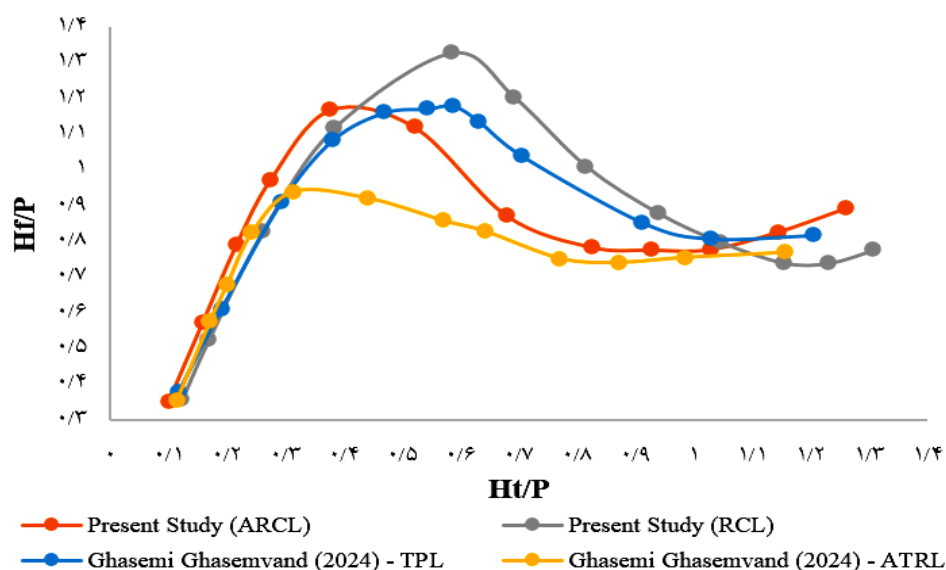
تعیین افت هیدرولیکی و ضریب آبگذری با استفاده از مدل آماری

در پژوهش حاضر، از نرم افزار SPSS که یک نرم افزار کاربردی در تحلیل آماری است (با قابلیت تقریب تابع بین دو یا چند متغیر) برای تعیین رابطه افت هیدرولیکی و ضریب آبگذری در سرریزهای زیگزاگی استفاده شد.

برای به دست آوردن بهترین معادله، توابع مختلف برای متغیر وابسته (C_d) در ارتباط با متغیرهای مستقل (H_f ، H_t/P ، S_f ، Fr) استخراج شد. جدول ۹ نتایج حاصل از داده های مشاهداتی برای هر یک از سرریزهای زیگزاگی را نشان می دهد.

جدول ۸. مشخصات هندسی و هیدرولیکی سرریزهای زیگزاگی در پژوهش حاضر و پژوهش‌های دیگر

C_d	Ht/P	H_f/P	L/w	L/B	B/w	w/P	N	S_f	Year	Researcher
0.33-0.74	0.118-1.20	0.38-0.81	21	10.50	2	2	4	RCL	1403	Present Study
0.36-0.79	0.114-1.15	0.35-0.77	21.76	11.14	2	2	4	ARCL	1403	Present Study
0.36-0.79	0.11-1.15	0.35-0.77	17.90	08.38	2	2	4	ATRL	2024	Ghasemi Ghasemvand
0.33-0.74	0.11-1.20	0.38-0.81	19.12	09.48	2	2	4	TPL	2024	Ghasemi Ghasemvand



شکل ۱۷. مقایسه نتایج پژوهش حاضر با پژوهش‌های دیگر

جدول ۹. داده‌های مشاهداتی برای هر یک از سرریزها در پژوهش حاضر

APKW				PKW				ARCL				RCL			
C_d	Ht/P	H_f/P	Fr	C_d	Ht/P	H_f/P	Fr	C_d	Ht/P	H_f/P	Fr	C_d	Ht/P	H_f/P	Fr
0.3815	0.1538	0.1506	0.8309	0.4174	0.1846	0.2399	0.7549	0.6370	0.1014	0.3541	1.1367	0.6495	0.1231	0.3585	1.1232
0.3968	0.3077	0.3246	0.5953	0.3612	0.2923	0.2857	0.5716	0.6457	0.1594	0.5737	0.9108	0.6689	0.1692	0.5265	0.9672
0.3356	0.4615	0.3606	0.4597	0.3545	0.3846	0.3631	0.4952	0.6492	0.2174	0.7919	0.7814	0.6744	0.2615	0.8290	0.7802
0.3351	0.5231	0.4076	0.4316	0.3533	0.4308	0.4044	0.4675	0.6403	0.2754	0.9726	0.6911	0.6494	0.3846	1.1198	0.6353
0.3317	0.5692	0.4363	0.4123	0.3181	0.5231	0.4093	0.4096	0.6042	0.3768	1.1685	0.5795	0.5814	0.5846	1.3287	0.4966
0.2856	0.7846	0.4862	0.3341	0.3077	0.6000	0.4456	0.3782	0.5127	0.5217	1.1224	0.4662	0.5150	0.6923	1.2050	0.4383
0.2801	0.8615	0.5217	0.3168	0.2880	0.6923	0.4664	0.3444	0.4017	0.6812	0.8724	0.3762	0.4388	0.8154	1.0116	0.3829
0.2488	0.9692	0.5213	0.2871	0.2722	0.8615	0.5392	0.3030	0.3436	0.8261	0.7851	0.3242	0.3803	0.9385	0.8810	0.3403
0.2592	1.0769	0.6006	0.2761	0.2522	1.0000	0.5743	0.2742	0.3193	0.9275	0.7776	0.2986	0.3375	1.0462	0.7990	0.3097
0.2492	1.1846	0.6380	0.2598	0.2513	1.0769	0.6162	0.2639	0.2990	1.0290	0.7787	0.2774	0.2997	1.1538	0.7412	0.2835
0.2530	1.2615	0.6881	0.2530	0.2444	1.2308	0.6855	0.2445	0.2896	1.1449	0.8276	0.2602	0.2842	1.2308	0.7403	0.2696
0.2463	1.2923	0.6894	0.2478	0.2338	1.2923	0.6929	0.2352	0.2856	1.2609	0.8940	0.2468	0.2811	1.3077	0.7767	0.2606

جدول ۱۰. ویژگی مدل‌های آماری برای هر یک از سرریزهای زیگزاگی

Coefficients				ANOVA				Model Summary			Model	Estimated Parameter	ID Weir
b3	b2	b1	Constant	Sig.	df2	df1	F	Adjusted R ²	R ²	R			
0.472	-1.911	2.289	-0.194	0	8	3	288.796	0.987	0.991	0.995	Cubic	Cd	ARCL
4.531	-10.243	6.635	-0.207	0	8	3	31.693	0.893	0.960	0.922	Cubic	H _f /P	
1.030	-3.261	3.286	-0.388	0	8	3	785.694	0.995	0.997	0.998	Cubic	Cd	RCL
3.811	-9.927	7.405	-0.449	0	8	3	152.601	0.976	0.983	0.991	Cubic	H _f /P	
-1.502	1.667	-0.126	0.197	0	8	3	203.014	0.982	0.987	0.993	Cubic	Cd	APKW
0.630	-1.499	1.451	-0.028	0	8	3	264.966	0.986	0.990	0.995	Cubic	H _f /P	
0.728	-1.452	1.205	0.021	0	8	3	270.339	0.987	0.990	0.995	Cubic	Cd	PKW
0.301	-0.747	0.940	0.087	0	8	3	349.999	0.990	0.992	0.996	Cubic	H _f /P	

به‌طوری که با افزایش عدد فرود، شاهد افزایش ضریب آبگذری نیز هستیم و این امر برای تمامی سرریزها صادق است. همچنین، ذکر این نکته ضروری است که شدت تداخل تیغه‌های عبوری جریان از روی سرریزها به‌تدریج و با افزایش هد هیدرولیکی موجب افزایش افت هیدرولیکی می‌شود.

بررسی افت هیدرولیکی در مقابل هد هیدرولیکی و عدد

فرود برای سرریزهای قوسی و خطی

در تمامی سرریزها دیده شد که افزایش هد هیدرولیکی موجب کاهش ضریب آبگذری می‌شود. به عبارت دیگر، شدت تداخل تیغه‌های جریان به واسطه افزایش هد هیدرولیکی، باعث ایجاد افت هیدرولیکی شده و راندمان هیدرولیکی سرریز را به‌شدت کاهش می‌دهد. به‌طور کلی، یک رابطه تقریباً خطی بین افت هیدرولیکی و هد هیدرولیکی برقرار است؛ به‌گونه‌ای که با افزایش هد هیدرولیکی، افت هیدرولیکی در سرریزهای قوسی و خطی سیر افزایشی به خود می‌گیرد. با این حال، افزایش افت هیدرولیکی تا حد مشخصی از هد هیدرولیکی اتفاق می‌افتد و پس از آن، افت هیدرولیکی سیر کاهشی پیدا می‌کند. این موضوع نشان می‌دهد که نمودار افت هیدرولیکی برای سرریزهایی همچون ARCL روند سینوسی دارد.

در نسبت هد هیدرولیکی ۰/۴، سرریز ARCL نسبت به

که روند حرکتی نمودارهای آن‌ها در افت هیدرولیکی، عدد فرود و ضریب آبگذری تقریباً یکسان بوده است. از نظر کمی، سرریز ARCL در نسبت هد هیدرولیکی ۰/۶ نسبت به سرریز APKW به میزان ۷۱/۸ درصد دارای ضریب آبگذری بیشتری است. همچنین، سرریز RCL در نسبت هد هیدرولیکی ۰/۶ نسبت به سرریز PKW به میزان ۱۰۰ درصد دارای ضریب آبگذری بیشتری است. به‌طور کلی، سرریزهای ARCL و RCL نسبت به دیگر سرریزهای زیگزاگی دارای ضریب آبگذری بیشتری هستند. از نظر بررسی عدد فرود و تأثیر آن بر روند هیدرولیکی سرریزها، باید اشاره کرد که سرریزهای ARCL و RCL عملکرد بهتری نسبت به سایر سرریزها داشته‌اند.

عملکرد هیدرولیکی تمامی سرریزهای قوسی و خطی نشان می‌دهد که همگی آن‌ها مراحل چهارگانه هیدرولیکی را تجربه کرده‌اند. در هدهای هیدرولیکی پایین، سرریزها در مرحله چسبندگی و هوادهی کامل قرار می‌گیرند و به‌تدریج با افزایش هد هیدرولیکی وارد مرحله هوادهی جزئی می‌شوند. در این مرحله، استغراق موضعی به‌تدریج در طول تاج سرریز گسترش می‌یابد و سرریز وارد مرحله خفگی می‌شود. در این مرحله، سرریز کاملاً کارایی هیدرولیکی خود را از دست می‌دهد و همچون یک زائده در مسیر جریان عمل می‌کند. در این رابطه، روند عدد فرود در مقابل ضریب آبگذری کاملاً معکوس است؛

شرایط مختلف متفاوت است، اما به طور متوسط در محدوده ۱۰٪ تا ۳۰٪ قرار دارد. این خطاها نشان دهنده دقت قابل قبول مدل عددی در شبیه سازی رفتار جریان هستند. با این حال، مقدار خطا برای سرریزهای زیگزاگی در برخی موارد بیشتر از سرریزهای کلیدپیانویی است که احتمالاً به دلیل پیچیدگی بیشتر هندسه و رفتار جریان در سرریزهای زیگزاگی است. از سوی دیگر، داده های مدل سازی عددی معمولاً مقادیر بیشتری را نسبت به داده های فیزیکی نشان می دهند که از نظر فاکتور ایمنی در مهندسی یک نکته مثبت محسوب می شود. این موضوع به این معناست که مدل عددی تمایل به پیش بینی محافظه کارانه تری دارد که در طراحی سازه های هیدرولیکی می تواند مفید باشد.

سرریز APKW به میزان ۲۲۷/۷ درصد دارای افت هیدرولیکی بیشتری است. همچنین، در نسبت هد هیدرولیکی ۰/۶، سرریز RCL نسبت به سرریز PKW به میزان ۲۰۰ درصد دارای افت هیدرولیکی بیشتری است. روند تغییرات افت هیدرولیکی نسبت به افزایش عدد فرود در سرریزهای ARCL و RCL به صورت سینوسی است. در این میان، سرریز ARCL نسبت به دیگر سرریزها، با افزایش عدد فرود، بیشترین افت هیدرولیکی را تجربه می کند. این یافته ها نشان می دهد که هندسه و پلان سرریزها تأثیر قابل توجهی بر رفتار هیدرولیکی و میزان افت انرژی در جریان دارد.

مدل سازی عددی

به طور کلی، میزان خطا در مدل سازی عددی بسته به پارامترها و

References

منابع مورد استفاد

1. Anderson R.M. and B.P. Tullis. 2013. Piano Key Weir hydraulics and labyrinth weir comparison. *Journal of Irrigation and Drainage Engineering* 139(3): 246-253.
2. Arham-Namazi F.S. and J. Mozaffari. 2023. Laboratory Investigation of the Performance of Triangular and Semi-circular Homologous Labyrinth Weirs. *Irrigation and Drainage Structures Engineering Research* 23(89): 83-97.
3. Aydin. M., A. Ulu and E. Işık. 2024. Experimental and numerical investigation of rectangular labyrinth weirs in an open channel. *Proceedings of the Institution of Civil Engineers: Water Management* 178(1): 1-17.
4. Behrouzi, A. 2022. Laboratory and numerical study of the effect of crown beveled edges on the performance of piano key spillways. Master Thesis, Persian Gulf University, I.R. Iran.
5. Blancher. B., F. Montarros and F. Laugier. 2011. Hydraulic comparison between piano keys weir and labyrinth spillway. *In Proceedings of the International Conference on Labyrinth and Piano Key Weirs Liège B, Liege, Belgium.*
6. Bos. M.G. 1989. Discharge measurement structures. International Institute for Land Reclamation and Improvement, Wageningen.
7. Feili, J., M. Heidarnejad, A.R. Masjedi and M. Asadilour. 2021. Experimental study of discharge coefficient of trapezoidal arced labyrinth weirs of widened middle cycle. *Flow Measurement and Instrumentation* 79:101946.
8. Ghare, A.D., V.A. Mhaisalkar and P.D. porey. 2008. An approach to optimal design of trapezoidal labyrinth weirs. *World Applied Sciences Journal* 3(6): 934-938.
9. Lux, I.F. 1993. Design methodologies for labyrinth weirs. W. David Hall (Ed), Water power and Dam Construction proceeding, American Society of Civil Engineers, New York.
10. Mehrabi, A. 2023. Laboratory investigation of hydraulic parameters and energy dissipation in piano key spillways with Glory morning shape. Master Thesis, Maragheh University, I.R. Iran.
11. Mohammadpour, S. 2022. Laboratory comparison of hydraulic performance of triangular plan lateral piano key spillway with rectangular plan and triangular concourse. Master Thesis, University of Science and Culture, I.R. Iran.
12. Paxson, G., P. Tullis and D. Campbell. 2012. Potential applications for piano key weirs at dams in the United States. *In Proceedings of the United States Society on Dams Conference, Denver, USA.*
13. Tullis, J.P., N. Amanian and D. Waldron. 1995. Design of Labyrinth Spillways. *Journal of Hydraulic Engineering* 121(3): 247-255.