

## تخمین پارامترهای بهینه مدل روندیابی ماسکینگام غیرخطی با استفاده از الگوریتم رقابت استعماری (ICA)

داود رجبی<sup>۱\*</sup>، حجت کرمی<sup>۱</sup>، خسرو حسینی<sup>۱</sup>، سیدفرهاد موسوی<sup>۱</sup> و سیدعلی اصغر هاشمی<sup>۲</sup>

(تاریخ دریافت: ۱۳۹۳/۱۲/۰۷؛ تاریخ پذیرش: ۱۳۹۴/۰۵/۲۶)

### چکیده

مدل غیرخطی ماسکینگام روشی کارا در روندیابی سیلاب است، اما کارایی این روش تحت تأثیر سه پارامتر به کار رفته در آن است. در سال‌های اخیر، نتایج رضایت‌بخشی از استفاده الگوریتم‌های فراکاشی در تعیین مقدار مناسب پارامترهای این مدل گزارش شده است. از این رو در این پژوهش به ارزیابی کارایی الگوریتم رقابت استعماری (ICA) در تخمین پارامترهای بهینه مدل غیرخطی ماسکینگام پرداخته شد. علاوه بر ICA، الگوریتم ژنتیک (GA) و بهینه‌سازی مجموعه ذرات (PSO) نیز با هدف در دست بودن معیار برای قضاوت در مورد عملکرد ICA مورد استفاده قرار گرفتند. بدین منظور ابتدا ICA در روندیابی سیل ویلسون به کار گرفته شد؛ پس از آن روندیابی دو واقعه سیلاب مربوط به رودخانه دوآب صمصامی مورد بررسی قرار گرفت. در مورد سیل ویلسون که تابع هدف به صورت مجموع مربعات انحرافات (SSQ) دبی مشاهداتی و محاسباتی در نظر گرفته شد؛ مقدار تابع هدف حاصل از ICA برابر ۳۶/۷۷ و مقدار تابع هدف حاصل از GA و PSO به ترتیب برابر ۳۸/۲۳ و ۳۶/۸۹ به دست آمد. در روندیابی دو سیل دیگر علاوه بر SSQ، تابع هدف دیگری به صورت مجموع قدر مطلق انحرافات (SAD) دبی مشاهداتی و محاسباتی نیز در نظر گرفته شد. در سیلاب اول براساس SSQ، GA بهترین عملکرد را از خود نشان داد ولی براساس SAD، ICA در رتبه نخست قرار گرفت. در مورد سیلاب دوم بر مبنای هر دو تابع هدف، ICA عملکرد بهتری داشته است. در این رابطه ICA نسبت به GA در تابع هدف SSQ، ۹ درصد و در تابع هدف SAD، ۰/۰۸ درصد بهتر بوده است و نسبت به PSO، تابع هدف SSQ و SAD را به ترتیب ۰/۱ و ۰/۱۶ درصد بهبود داده است. با توجه به نتایج حاصل می‌توان گفت که الگوریتم ICA می‌تواند به عنوان یک روش مناسب به منظور تخمین پارامترهای مدل غیرخطی ماسکینگام مورد استفاده قرار گیرد.

کلمات کلیدی: الگوریتم رقابت استعماری، الگوریتم ژنتیک، بهینه‌سازی مجموعه ذرات، سیل ویلسون، رودخانه دوآب صمصامی

۱. گروه مهندسی آب، دانشکده مهندسی عمران، دانشگاه سمنان

۲. مرکز تحقیقات کشاورزی و منابع طبیعی استان سمنان

\*: مسئول مکاتبات: پست الکترونیکی: d.rajabi@semnan.ac.ir

## مقدمه

سیلاب از جمله مهم‌ترین مخاطرات طبیعی است که باعث آسیب به مناطق شهری و کشاورزی می‌شود. آگاهی از وضعیت بزرگی سیلاب‌ها در یک منطقه می‌تواند مدیران را در ساخت سازه‌های مناسب برای جلوگیری از خسارت‌های ناشی از این پدیده کمک نماید. تخمین چگونگی اوج گرفتن و فروکش هیدروگراف سیلاب در پایین دست هر مقطع مشخص از رودخانه را روندیابی سیلاب گویند. روندیابی سیلاب به‌طور کلی به دو صورت هیدرولیکی و هیدرولوژیکی انجام می‌شود. در روندیابی هیدرولیکی با استفاده از روش‌های عددی و معادلات جریان غیرماندگار روندیابی سیلاب انجام می‌شود، اما در روش‌های هیدرولوژیکی، روندیابی سیلاب به کمک حل معادلات پیوستگی و رابطه ذخیره موقت در بازه مشخصی از رودخانه، صورت می‌گیرد.

از آنجا که روش‌های هیدرولیکی دارای پیچیدگی‌های محاسباتی هستند معمولاً استفاده از آنها سخت و نیازمند اطلاعات زیادی است، اما در مقابل روش‌های هیدرولوژیکی از روابط ساده‌تری استفاده می‌کنند و با حداقل اطلاعات ممکن (هیدروگراف سیلاب)، روندیابی را با دقت مناسبی انجام می‌دهند. از این رو استفاده از روش‌های هیدرولوژیکی مورد استقبال محققین قرار گرفته است. روش روندیابی ماسکینگام از جمله روش‌های روندیابی هیدرولوژیکی است که اولین بار توسط مک‌کارتی (۱۴) پیشنهاد شد. از آنجا که روش معرفی شده توسط مک‌کارتی یک رابطه خطی بود و توانایی مدل کردن روابط غیرخطی بین ورودی، خروجی و ذخیره موقت را نداشت، گیل (۱۱) نسخه غیرخطی از این روش را ارائه نمود. نکته مهم در استفاده از روش ماسکینگام غیرخطی، تعیین مقدار مناسب پارامترهای آن است، که معمولاً تعیین این پارامترها به روش آزمون و خطا و یا روش‌های عددی دشوار و زمان‌بر انجام می‌شود؛ به همین دلیل استفاده از روش‌های بهینه‌سازی در تعیین این پارامترها راهکار مناسبی است. در میان روش‌های مختلف بهینه‌سازی، الگوریتم‌های فراکاوشی جایگاه ویژه‌ای در

این زمینه دارند.

تحقیقات زیادی در زمینه روندیابی سیلاب با استفاده از مدل ماسکینگام غیرخطی و با کاربرد الگوریتم‌های فراکاوشی انجام شده است. چن و یانگ (۷) به بهینه‌سازی پارامترهای مدل ماسکینگام غیرخطی با استفاده از الگوریتم ژنتیک (GA) (Genetic Algorithm) پرداختند. آنها نتایج خود را با نتایج حاصل از برنامه‌ریزی غیرخطی (NLP) Non-Linear Programming و روش حداقل مربعات (LSM) Least-Squares Method مقایسه نمودند، نتایج نشان داد که GA توانایی بالاتری در یافتن پارامترهای بهینه مدل ماسکینگام غیرخطی نسبت به دو روش دیگر دارد. چو و چانگ (۸) با استفاده از بهینه‌سازی مجموعه ذرات (PSO) Particle Swarm Optimization پارامترهای مدل غیرخطی ماسکینگام را تخمین زدند. آنها نتایج خود را با روش LSM، رگرسیون حداقل مربعات خطا (NONLR) Nonlinear Least-Squares، GA، Regression و جستجوی هارمونی (HS) Harmony Search مقایسه نمودند. نتایج نشان داد عملکرد PSO از روش‌های LSM و NONLR بهتر بوده است و در مقایسه با GA و HS، الگوریتم PSO عملکرد تقریباً مشابهی داشته است. ایشان بیان کردند PSO می‌تواند به‌عنوان یک راه‌حل مناسب برای تخمین پارامترهای مدل ماسکینگام مورد استفاده قرار گیرد. زوو همکاران (۱۷) استفاده از الگوریتم تکامل تفاضلی (DE) Differential Evolution به تخمین پارامترهای مدل ماسکینگام غیرخطی پرداختند. آنها نتایج خود را با نتایج حاصل از PSO، HS و GA که توسط دیگر پژوهش‌گران به دست آمده بود، مقایسه کردند. نتایج نشان داد که جواب‌های حاصل از DE تفاوت چندانی با سایر الگوریتم‌های فراکاوشی ندارد و می‌تواند آن را به‌عنوان یک روش مناسب در تخمین پارامترهای مدل ماسکینگام شناخت. عروجی و همکاران (۱۶) به روندیابی سیلاب با استفاده از برنامه‌ریزی ژنتیک (Genetic Programming) (GP) پرداختند. ایشان نتایج حاصل را با نتایج حاصل از معادله سنت و نانت مقایسه کردند و بیان نمودند GP

استفاده نمودند. آنها با مقایسه نتایج حاصل با GA بیان نمودند که SFLA مجموع مربعات و قدر مطلق انحرافات بین دبی روندیابی شده و مشاهداتی به ترتیب ۳/۶۷ و ۰/۲۷ درصد بهبود داده است.

با توجه به مطالعات انجام شده مشخص است که روش‌های فراکاوشی کارایی خوبی در زمینه تخمین پارامترهای مدل غیرخطی ماسکینگام از خود نشان داده‌اند. استفاده از روش‌های فراکاوشی گوناگون گواه بر این است که بهبود هر چند جزئی در نتایج حاصل از روندیابی ماسکینگام می‌تواند در کاهش آسیب‌های ناشی از سیلاب، مهم و تأثیرگذار باشد؛ به همین علت در این تحقیق از الگوریتم رقابت استعماری (ICA) Imperialist Competitive Algorithm که از الگوریتم‌های فراکاوشی جدید است در بهینه‌سازی پارامترهای مدل غیرخطی ماسکینگام استفاده شده است.

## مواد و روش‌ها

### مدل ماسکینگام غیرخطی

مدل ماسکینگام به دلیل سادگی و نیاز به اطلاعات کم، مدلی پرکاربرد در روندیابی سیل است (۹، ۱۱). روش ماسکینگام از طریق معادله‌های (۱) و (۲) که به ترتیب معادلات پیوستگی و ذخیره موقت در بازه‌های از رودخانه هستند، هیدروگراف پایین‌دست را تخمین می‌زند.

$$\frac{ds}{dt} = O_t - I_t \quad [1]$$

$$S_t = K[XI_t + (1-X)O_t] \quad [2]$$

در این روابط  $O_t$ : جریان خروجی در زمان  $t$ ،  $I_t$ : جریان ورودی در زمان  $t$ ،  $\frac{ds}{dt}$ : تغییرات ذخیره در بازه زمانی،  $K$ : ضریب زمان ذخیره،  $X$ : بیانگر تأثیر جریان ورودی و خروجی در میزان ذخیره و  $S_t$ : ذخیره در زمان  $t$  است. روابط فوق، یک رابطه خطی بین ذخیره و جریان ورودی و خروجی برقرار می‌کند؛ یون و پادمنابهان (۱۸) نشان دادند زمانی که رابطه بین  $[XI_t + (1-X)O_t]$  و  $S_t$  خطی نیست استفاده از روش

به‌طور قابل توجهی بهتر از روش سنت و نانت عمل می‌کند. کرهان و همکاران (۱۲) به تخمین پارامترهای روش ماسکینگام غیرخطی با استفاده از الگوریتم جستجوی هارمونی ترکیبی (HHS) Hybrid Harmony Search پرداختند. ایشان نتایج کار خود را با نتایج حاصل از تحقیق دیگر محققان مقایسه کردند، در این مقایسه که ۱۲ روش مختلف وجود داشت، روش پیشنهادی توانست با دقت بهتری، پارامترهای مدل غیرخطی ماسکینگام را برآورد نماید. بزرگ حداد و همکاران (۶) با استفاده از الگوریتم بهینه‌سازی جهش قورباغه (SFLA) Shuffled Frog Leaping Algorithm ترکیب شده با روش نلدر مید سیمپلکس (Nelder-Mead simplex) پارامترهای روش ماسکینگام غیرخطی را تخمین زدند. ایشان نتایج خود را با نتایج حاصل از GA مقایسه کردند که نتایج نشان دهند بهبود ۴/۴ درصدی روش پیشنهادی بود. اویانگ و همکاران (۴) با استفاده از الگوریتم ترکیب علف هرز (IWOA) Invasive Weed Optimization به رویابی سیلاب براساس مدل غیرخطی ماسکینگام پرداخت. ایشان نتایج خود را با روش نلدر مید سیمپلکس، PSO مقایسه کردند. نتایج نشان داد روش توسعه داده شد بهتر از سایر روش‌ها عمل نموده است.

محمدی قلعه‌نی و همکاران (۲) از الگوریتم نورد شبیه‌سازی شده (SA) Simulated Annealing برای بهینه‌سازی سه پارامتر مدل غیرخطی ماسکینگام استفاده نمودند. ایشان نتایج خود را با GA مقایسه کردند. نتایج حاکی از کارایی روش SA در بهینه‌سازی پارامترهای مورد نظر بود؛ به نحوی که دبی پیک واقعی سیلاب برابر ۱۱۸۲ و دبی پیک روندیابی شده برابر ۱۱۹۱ مترمکعب بر ثانیه به دست آمده است. قلعه‌نی و ابراهیمی (۱) با استفاده از روش جستجوی مستقیم (PS) Pattern Search به روندیابی یک سیلاب مربوط به رودخانه کارون پرداختند. آنها بیان کردند که مجموع مربعات خطا، مجموع قدرمطلق خطا و تفاوت بین دبی پیک مشاهداتی و محاسباتی به ترتیب ۴۲۰، ۷۸۴۲ و ۹/۷ مترمکعب است. عروجی و همکاران (۳) از SFLA در تخمین ضرایب مدل روندیابی غیرخطی ماسکینگام

به‌عنوان استعمارگر و مابقی به‌عنوان مستعمره در نظر گرفته می‌شود. تعداد کشورهای استعمارگر توسط کاربر به‌عنوان یک پارامتر انتخاب می‌شود. این پارامتر بسته به نوع مسئله و جمعیت اولیه مقادیر مختلفی را به‌خود اختصاص می‌دهد. با مشخص شدن این کشورها می‌توان فرآیند بهینه‌سازی را آغاز نمود. برای هر مسئله بهینه‌سازی با  $N$  متغیر تصمیم (این متغیرها می‌توانند فرهنگ، زبان و ... باشند)، هر کشور به‌صورت آرایه  $1 \times N$  به‌صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\text{Country} = [\text{var}_1, \text{var}_2, \dots, \text{var}_i, \dots, \text{var}_N] \quad [7]$$

$$\text{Cost} = f(\text{Country}) \quad [8]$$

در این روابط  $\text{var}_i$ : متغیر تصمیم  $i$ ام،  $\text{Country}$ : راه‌حل مسئله و  $\text{Cost}$ : مقدار تابع هدف است.

در گام بعد که به سیاست جذب معروف است استعمارگران مستعمرات را به‌سمت خود جذب می‌کنند (مستعمرات از فرهنگ، زبان و ... استعمارگر الگو می‌گیرند). در این مرحله مستعمرات با یک انحراف  $x$  درجه‌ای به‌میزان  $x$  به‌سمت استعمارگران حرکت می‌کنند، این انحراف موجب جستجوی جامع‌تر فضای تصمیم می‌شود. شکل ۱ چگونگی این فرآیند را نشان می‌دهد.  $x$  و اعدادی تصادفی با توزیع یکنواخت هستند.

$$x \sim U(0, \beta \times d) \quad [9]$$

$$\theta \sim U(-\gamma, \gamma) \quad [10]$$

که : عددی بزرگ‌تر از ۱ است که باعث می‌شود مستعمرات از دو طرف به‌سمت استعمارگرها نزدیک شوند،  $d$ : فاصله بین استعمارگر و مستعمره و : پارامتری است که میزان انحراف از مسیر اصلی را مشخص می‌کند.

در هر نسل (تکرار) برخی از کشورها که پیشرفت قابل توجهی نداشتند دچار انقلاب می‌شوند. عملگر انقلاب مانع از گیر افتادن الگوریتم در بهینه‌های موضعی می‌شود. توسط این عملگر در هر تکرار درصدی از جمعیت که مقدار تابع هدف

غیرخطی جواب‌های قابل اطمینان‌تری را گزارش می‌کند. گیل (۱۱) مدل غیرخطی ماسکینگام را معرفی نمود، معادله (۳) این مدل را نشان می‌دهد:

$$S_t = K[XI_t + (1-X)O_t]^m \quad [3]$$

در این رابطه  $m$  پارامتری است که امکان برقراری رابطه غیرخطی ذخیره و جریان را فراهم می‌کند. به‌کمک معادله (۳) و (۱) می‌توان روابط (۴) و (۵) را استخراج نمود:

$$O_t = \left( \frac{1}{1-X} \right) \left( \frac{S_t}{K} \right)^{\frac{1}{m}} - \left( \frac{X}{1-X} \right) I_t \quad [4]$$

$$\frac{US_t}{U_t} = - \left( \frac{1}{1-X} \right) \left( \frac{S_t}{K} \right)^{\frac{1}{m}} + \left( \frac{1}{1-X} \right) I_t \quad [5]$$

با در دست بودن  $S_t$  و  $US_t$ ، حجم ذخیره در زمان بعدی توسط رابطه (۶) محاسبه می‌شود:

$$S_{t+1} = S_t + US_t \quad [6]$$

جیم (۱۰) برای محاسبه هیدروگراف سیل با استفاده از روش ماسکینگام غیرخطی، گام‌های زیر را استفاده کرد:

گام اول: در نظر گرفتن مقدار اولیه برای سه پارامتر  $X$ ،  $K$  و  $m$ .  
گام دوم: محاسبه ذخیره با استفاده از معادله (۳) با فرض برابر بودن جریان ورودی و خروجی در ابتدای گام زمانی ( $I_1 = O_1$ )  
گام سوم: محاسبه تغییرات ذخیره نسبت به زمان براساس رابطه (۵).

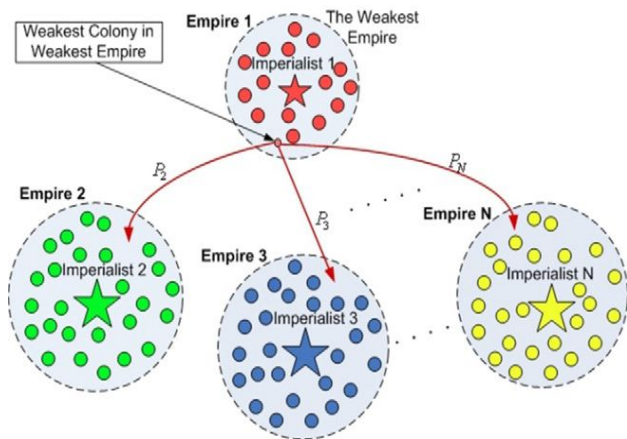
گام چهارم: محاسبه مقدار ذخیره در مرحله  $t+1$  براساس رابطه (۶).

گام پنجم: محاسبه مقدار جریان خروجی مرحله  $t+1$  براساس رابطه (۴).

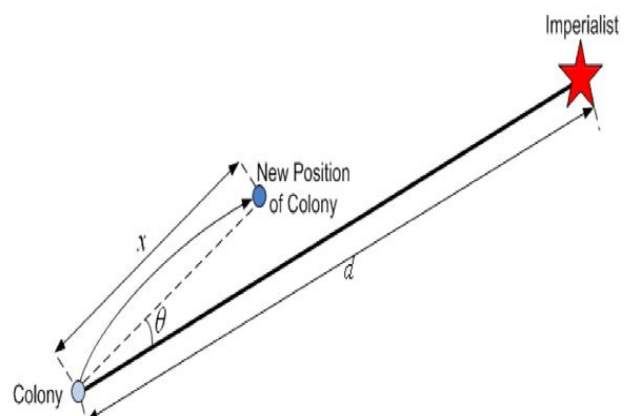
گام ششم: تکرار مراحل ۲ تا ۵.

### الگوریتم رقابت استعماری (ICA)

ICA توسط اسماعیل آتش‌پز گرگری و کارو لوکس (۵) معرفی شد. این الگوریتم مانند بسیاری از الگوریتم‌های فراکاوشی دیگر یک رویکرد جمعیت به جمعیت دارد. در شروع فرآیند ICA جمعیتی از جواب‌های اولیه (کشورها) ایجاد می‌شود (همانند کروموزوم در GA)، تعدادی از کشورها که قدرتمندتر هستند



شکل ۲. فرآیند جذب ضعیف‌ترین مستعمره ضعیف‌ترین امپراطوری توسط امپراطوری‌های دیگر



شکل ۱. حرکت مستعمرات به سمت استعمارگر

امپراطوری ۱ ضعیف‌ترین امپراطوری است و امپراطوری‌های ۲ تا  $N$  در حال رقابت برای جذب ضعیف‌ترین مستعمره آن هستند. با در اختیار داشتن احتمال جذب برای هر امپراطوری، می‌توان از عملگری مانند چرخ رولت برای انتخاب امپراطوری مقصد، استفاده نمود. این فرآیند تا جایی که یکی از معیارهای توقف ارضا گردد ادامه خواهد یافت. شکل ۳ فلوجارت رقابت استعماری را نشان می‌دهد.

### الگوریتم ژنتیک (GA)

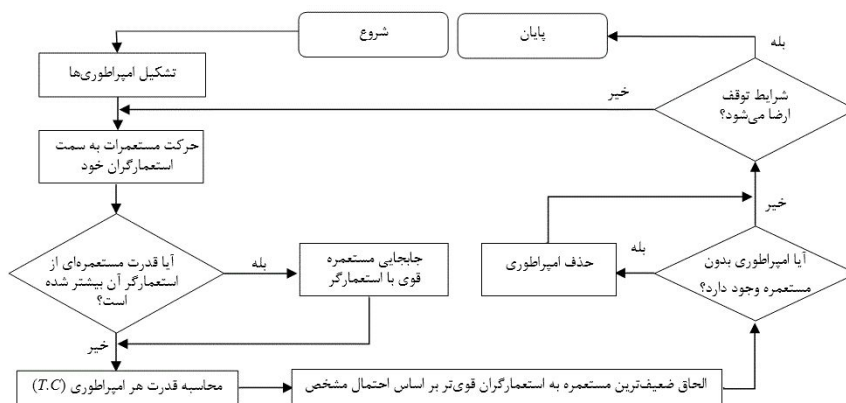
GA مشهورترین الگوریتم فراکاوشی است که توسط هلند (۱۹) معرفی گردید. جمعیت در GA به مجموعه‌ای از کروموزوم‌ها اطلاق می‌شود. هر کروموزوم یک راه‌حل برای مسئله است. این کروموزوم‌ها به تعداد ابعاد مسئله دارای ژن هستند، طی فرآیند بهینه‌سازی این ژن‌ها توسط عملگرهای ژنتیکی ترکیب (Crossover) و جهش (Mutation) بهبود می‌یابند. از آنجا که هر کروموزوم یک راه‌حل است بنابراین می‌توان برای هر کروموزوم یک تابع هدف محاسبه نمود. پس از آن کروموزوم‌ها براساس شایستگی تابع هدف متناظر با آنها، برای انتقال به نسل بعد انتخاب می‌گردند. به‌منظور این انتخاب، از عملگرهایی چون چرخ رولت (Roulette wheel) و انتخاب رقابتی (Tournament Selection) که عملگرهای

مناسبی ندارد با یک جواب تصادفی جایگزین می‌شود. ایجاد جواب‌های جدید باعث جستجو جامع‌تر فضای تصمیم می‌گردد. بعد از حرکت مستعمرات به سمت استعمارگران یا وقوع انقلاب، ممکن است یکی از مستعمرات شرایط بهتری از استعمارگر خود پیدا کند، در چنین شرایطی جای مستعمره با استعمارگرش عوض می‌شود.

مهم‌ترین مرحله در ICA مرحله رقابت استعماری است، که در این مرحله تمام استعمارگران سعی بر افزایش تعداد مستعمرات خود دارند. این فرآیند با از دست رفتن ضعیف‌ترین مستعمره از ضعیف‌ترین امپراطوری و پیوستن آن به امپراطوری‌های قوی‌تر انجام می‌شود. پیوستن مستعمرات به امپراطورهای قوی‌تر براساس یک احتمال مشخص انجام می‌گیرد. این احتمال متناسب با قدرت هر استعمارگر به‌علاوه درصد دلخواهی از میانگین قدرت مستعمرات آن می‌باشد.

$$T.C_n = \text{Cost}(\text{imperialist}_n) + \xi \cdot \text{mean}\{\text{Cost}(\text{colonies of empire}_n)\} \quad [11]$$

در این رابطه،  $\text{Cost}(\text{imperialist}_n)$ : مقدار تابع هدف استعمارگر  $n$ ام،  $\text{Cost}(\text{colonies of empire}_n)$ : مقدار تابع هدف مستعمرات استعمارگر  $n$ ام،  $\xi$ : یک عدد مثبت دلخواه کوچک‌تر از یک،  $T.C_n$ : مقدار تابع هدف امپراطوری  $n$ ام است. شکل ۲ فرآیند رقابت استعماری را نشان می‌دهد. در این شکل



شکل ۳. روندنمای الگوریتم رقابت استعماری (ICA)

بردار سرعت می‌باشد که این بردار تحت تأثیر دو عامل است: (۱) بهترین موقعیتی است که ذره تا به حال به آن رسیده است (Pbest) (۲) بهترین موقعیتی است که بهترین ذره به آن رسیده است (Gbest). برای یک مسئله  $N$  بعدی با  $P$  راه‌حل، سرعت حرکت ذره نام از رابطه (۱۲) محاسبه می‌گردد: [۱۲]

$$v_{id}^{n+1} = \chi(w.v_{id}^n + c_1r_1^n(Pbest_{id}^n - x_{id}^n) + c_2r_2^n(Gbest^n - x_{id}^n))$$

$$i=1, \dots, P \text{ و } d=1, \dots, N$$

که در این رابطه،  $v$ : سرعت ذرات،  $n$ : شماره تکرار،  $\chi$ : فاکتور انقباض که بزرگی سرعت را در هر مرحله کنترل می‌کند،  $w$ : وزن اینرسی، این پارامتر باعث می‌شود سرعت در هر تکرار به مقدار  $w$  برابر سرعت قبل باشد که یک  $w$  کوچک‌تر از یک باعث جستجوی جامع‌تر الگوریتم می‌شود زیرا در مسیر حرکت به سمت نقطه جدید با فاصله‌های کمتر حرکت می‌کند،  $c_1$  و  $c_2$ : ضرایب شناختی و اجتماعی این ضرایب به ترتیب میزان حرکت به سمت Pbest و Gbest را کنترل می‌کنند و  $r_1$  و  $r_2$ : اعدادی تصادفی با توزیع یکنواخت که وجود آنها باعث جستجوی جامع‌تر فضای تصمیم مسئله می‌شود. بنابراین موقعیت آئین ذره در جمعیت، در هر تکرار از رابطه زیر محاسبه می‌گردد:

$$x_{id}^{n+1} = x_{id}^n + v_{id}^{n+1} \quad i=1, \dots, P \text{ و } d=1, \dots, N \quad [13]$$

بنا به تجربه اگر مقدار  $w$  در ابتدا بزرگ و در طی فرآیند بهینه‌سازی کاهش یابد نتایج بهتری را حاصل می‌کند بنابراین

تکاملی هستند، استفاده می‌شود. در این رابطه نیازمند تعیین یک نرخ ترکیب (توزیج) و عملگر انتخاب هستیم که توسط کاربرد تعیین می‌شوند. نرخ ترکیب بیان کننده این است که چه کسری از جمعیت در تکرار بعدی الگوریتم از طریق ترکیب دو کروموزوم والد تولید شوند. عملگر انتخاب وظیفه انتخاب دو کروموزوم از جمعیت را دارد که به‌عنوان والد برای ترکیب شدن مورد استفاده قرار می‌گیرند. این انتخاب براساس احتمالی متناسب با تابع هدف هر کروموزوم صورت می‌گیرد. به‌نحوی که هر قدر تابع هدف متناظر با هر کروموزوم بهتر باشد، احتمال بیشتری برای انتخاب شدن برای نسل بعد وجود دارد. بعد از انتخاب دو کروموزوم، با استفاده از عملگر ترکیب تعدادی از ژن‌های دو کروموزوم انتخاب شده، با یکدیگر جابه‌جا می‌شوند. ژن‌های برخی کروموزوم‌ها نیز توسط عملگر جهش به‌صورت تصادفی تغییر می‌کنند. در تولید هر نسل جدید سه عملگر انتخاب، جهش و ترکیب، فرآیند بهینه‌سازی را به‌نحوی پیش می‌برند که کروموزوم‌های ایجاد شده، مقدار تابع هدف را در هر تکرار بهتر و بهتر کنند، تا جایی که فرآیند بهینه‌سازی توسط یکی از شرط‌های توقف، پایان یابد.

### بهینه‌سازی مجموعه ذرات (PSO)

PSO رفتار جمعی ماهیان و پرندگان را شبیه‌سازی می‌کند. این الگوریتم توسط کندی و ابراهام (۲۰) معرفی گردیده است. در PSO هر ذره یک جواب برای مسئله است. هر ذره دارای یک

برای  $w$  از رابطه زیر استفاده گردید:

$$w_n = w_{\max} - \frac{(w_{\max} - w_{\min}) \times n}{iter_{\max}} \quad [14]$$

که در آن:  $w_{\max}$  میزان اولیه اینرسی،  $w_{\min}$  میزان نهایی اینرسی،  $iter_{\max}$ : حداکثر تعداد تکرار الگوریتم است. پارامترهای PSO محدوده مشخصی ندارند ولی معمولاً مقدار  $w$  از ۲ تجاوز نمی‌کند و  $\lambda$  برابر ۱ همگرایی لازم را ایجاد می‌کند. همچنین در انتخاب دو ضریب  $c_1$  و  $c_2$  معمولاً رابطه  $c_1 + c_2 \leq 4$  رعایت می‌شود.

### مطالعه موردی

در این تحقیق سه مطالعه موردی در نظر گرفته شد. مطالعه موردی اول مربوط به سیل ویلسون است. این سیلاب یک مسئله آزمون برای بررسی توانایی روش‌های مختلف، در بهینه‌سازی پارامترهای مدل غیرخطی ماسکینگام است؛ بنابراین از این جهت معیار مناسبی برای بررسی قدرت ICA خواهد بود. دو سیلاب دیگر مربوط به رودخانه دو آب صمصامی از شاخه‌های اصلی کارون بزرگ واقع در استان چهارمحال و بختیاری است. اطلاعات این دو سیلاب مربوط به دو سیلاب رخ داده در این رودخانه در سال‌های ۱۳۸۸ و ۱۳۸۹ است که در یک بازه ۳/۵ کیلومتری در گام‌های زمانی ۱۵ دقیقه‌ای ثبت شده است. توابع هدف در نظر گرفته شده در این مطالعه در مورد سیل ویلسون مجموع مربعات انحرافات (SSQ) و در دو سیل دیگر علاوه بر SSQ، مجموع قدر مطلق انحرافات (SAD) است که به صورت زیر بیان می‌شوند:

$$\text{Min SSQ} = \sum_{t=1}^T (O - \hat{O})^2 \quad [15]$$

$$\text{Min SAD} = \sum_{t=1}^T |O - \hat{O}| \quad [16]$$

که در آن  $\hat{O}$ : دبی روندیابی شده توسط رابطه (۴) است. همچنین بازه مناسب برای متغیرهای  $X$ ،  $K$  و  $m$  در روش ماسکینگام غیرخطی به ترتیب (۰/۵، ۰/۰۱، ۱)، (۰/۰۱، ۰/۰۱، ۱) و (۰/۳، ۱) می‌باشند کاراهان و همکاران (۱۲).

## نتایج

### سیل ویلسون

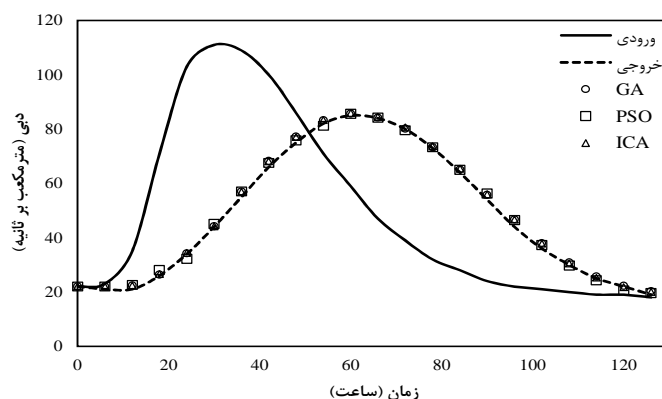
این سیلاب به‌عنوان یک مبنا برای عملکرد الگوریتم‌های فراکاوشی توسط بسیاری از محققین مورد استفاده قرار گرفته است. در این مطالعه تنها ICA به‌منظور تخمین پارامترهای مدل غیرخطی ماسکینگام برای این سیل اجرا گردید و برای GA و PSO از نتایج سایر مطالعات موهان (۸)، چو و چانگ (۱۵) استفاده شد. در این مسئله جمعیت الگوریتم GA و PSO برابر ۱۰۰ در نظر گرفته شد. در مورد تعداد تکرارهای الگوریتم GA عددی توسط موهان (۱۵) گزارش نشده است اما چو و چانگ (۸) تعداد تکرارهای الگوریتم PSO را برابر ۱۰۰ در نظر گرفتند. الگوریتم ICA برای این سیلاب با تعداد ۵۰ جمعیت و ۱۰۰ تکرار در نظر گرفته شد؛ بنابراین تعداد ارزیابی‌های تابع هدف توسط ICA نصف الگوریتم PSO بوده است. در روش ICA تعداد امپراطوری‌ها برابر ۵، نرخ انقلاب برابر ۵ درصد و پارامترهای  $\lambda$  و  $\xi$  به ترتیب ۱، ۰/۰۵ و ۰/۰۲ در نظر گرفته شدند.

پس از تعیین پارامترهای مناسب الگوریتم ICA، پارامترهای  $X$ ،  $K$  و  $m$  بهینه مدل غیرخطی ماسکینگام توسط این روش به ترتیب برابر ۰/۰۸۶۲، ۰/۲۸۶۹ و ۱/۸۶۸۱ به‌دست آمده است. جدول ۱ نتایج حاصل از ICA را در مقابل نتایج به‌دست آمده از GA و PSO نشان می‌دهد. با توجه به پارامترهای به‌دست آمده مقدار تابع هدف SSQ حاصل از ICA برابر ۳۶/۷۷ و تابع هدف حاصل از GA و PSO به ترتیب برابر ۳۸/۲۳ و ۳۶/۸۹ می‌باشند، که نشان دهنده برتری ICA در دستیابی به جواب بهینه مسئله است. این نتایج نشان می‌دهد ICA، مقدار تابع هدف را نسبت به GA، ۳/۸ درصد و نسبت به PSO، ۰/۳۲ درصد بهبود داده است. علاوه بر این مقایسه نتایج حاصل از ICA با دیگر الگوریتم‌های فراکاوشی به کار گرفته شده برای حل این مثال، گواهی بر عملکرد مناسب ICA است؛ برای مثال مقدار SSQ حاصل از الگوریتم HS برابر ۳۶/۷۸ (۱۳)، الگوریتم DE برابر ۳۶/۷۷ (۱۷)، الگوریتم PS برابر ۶۲/۶۵ (۱) و الگوریتم SA برابر

جدول ۱. پارامترهای بهینه مدل غیرخطی ماسکینگام برای سیل ویلسون

الگوریتم	m	X	K	SSQ
GA*	۱/۸۲۸۲	۰/۲۸۱۳	۰/۱۰۳۳	۳۸/۲۳
PSO**	۲/۱۴۵۸	۰/۳۳۳۰	۰/۱۰۲۴	۳۶/۸۹
ICA	۱/۸۶۸۱	۰/۲۸۶۹	۰/۰۸۶۲	۳۶/۷۷

\* موهان (۱۵) \*\* چو و چانگ (۸)



شکل ۴. هیدروگراف ورودی، خروجی و روندیابی شده سیل ویلسون

نزدیک شدن به جواب بهینه مطلق دارد. در این قسمت به بررسی کارایی ICA در بهینه‌سازی ضرایب رابطه ماسکینگام در دو پدیده واقعی سیلاب پرداخته شده است. در این جا علاوه بر تابع هدف SSQ، تابع SAD نیز مورد بررسی قرار گرفت. برای هر سه الگوریتم مورد بحث جمعیت برابر ۱۰۰ و تعداد تکرار برابر ۱۰۰۰ در نظر گرفته شد؛ سایر پارامترهای سه الگوریتم در جدول‌های ۳، ۴ و ۵ نشان داده شده‌اند. این پارامترها براساس آزمون و خطا برای هر الگوریتم به دست آمده‌اند. در الگوریتم ICA پارامتر به عنوان پارامتر حساس شناخته شد. زیرا بیشترین تغییر در مقدار تابع هدف را با تغییر جزئی در مقدار این پارامتر مشاهده شد. در الگوریتم GA نرخ تزویج پارامتر حساس بود و بعد از آن مقدار جهش بیشترین تغییر را در مقدار تابع هدف اعمال می‌کرد. در الگوریتم PSO نیز مقادیر  $C_1$  و  $C_2$  حساس‌ترین پارامترهای الگوریتم بودند. پس از تعیین پارامترهای بهینه هر الگوریتم برای هر دو

۳۶/۷۸ (۲) به دست آمده است. شکل ۴ هیدروگراف سیل ویلسون را در کنار هیدروگراف‌های روندیابی شده و جدول ۲ مقادیر دبی مربوط به این سیلاب را نشان می‌دهد. همان‌طور که در شکل ۴ مشخص است، خط توپر هیدروگراف ورودی و خط چین هیدروگراف خروجی است که باید از طریق روندیابی محاسبه شود. با توجه به شکل هر سه الگوریتم تقریباً به خوبی روندیابی را انجام داده‌اند اما روش PSO در برخی نقاط کم‌تخمین و بیش تخمین دارد. جدول ۲ نیز مقادیر عددی شکل ۴ را دربر می‌گیرد در این جدول داده‌های سیل ویلسون به همراه نتایج روندیابی هیدروگراف خروجی ارائه شده توسط سایر محققین با روش GA و PSO در کنار نتایج حاصل از این تحقیق (ICA) ارائه شده است.

#### سیلاب‌های رودخانه دوآب صمصامی

در سیل ویلسون نتایج نشان داد ICA توانایی مناسبی در



جدول ۲. هیدروگراف سیل و بلسون و هیدروگراف‌های روندیابی شده توسط الگوریتم‌های مختلف

دبی روندیابی شده (مترمکعب بر ثانیه)			دبی خروجی	دبی ورودی	زمان
PSO	GA	ICA	(مترمکعب بر ثانیه)	(مترمکعب بر ثانیه)	(ساعت)
۲۲/۰۰	۲۲/۰۰	۲۲/۰۰	۲۲	۲۲	۰
۲۲/۰۰	۲۲/۰۰	۲۲/۰۰	۲۱	۲۳	۶
۲۲/۶۰	۲۲/۴۰	۲۲/۴۲	۲۱	۳۵	۱۲
۲۸/۱۰	۲۶/۴۰	۲۶/۶۱	۲۶	۷۱	۱۸
۳۲/۲۰	۳۴/۲۰	۳۴/۴۶	۳۴	۱۰۳	۲۴
۴۵/۰۰	۴۴/۲۰	۴۴/۱۷	۴۴	۱۱۱	۳۰
۵۷/۰۰	۵۷/۰۰	۵۶/۸۵	۵۵	۱۰۹	۳۶
۶۷/۵۰	۶۸/۲۰	۶۸/۰۶	۶۶	۱۰۰	۴۲
۷۵/۹۰	۷۷/۲۰	۷۷/۰۷	۷۵	۸۶	۴۸
۸۱/۲۰	۸۳/۳۰	۸۳/۳۲	۸۲	۷۱	۵۴
۸۵/۶۰	۸۵/۷۰	۸۵/۹۰	۸۵	۵۹	۶۰
۸۴/۲۰	۸۴/۲۰	۸۴/۵۴	۸۴	۴۷	۶۶
۷۹/۶۰	۸۰/۲۰	۸۰/۵۸	۸۰	۳۹	۷۲
۷۳/۳۰	۷۳/۳۰	۷۳/۷۱	۷۳	۳۲	۷۸
۶۵/۰۰	۶۵/۱۰	۶۵/۴۱	۶۴	۲۸	۸۴
۵۶/۲۰	۵۵/۸۰	۵۶/۰۰	۵۴	۲۴	۹۰
۴۶/۵۰	۴۶/۷۰	۴۶/۶۷	۴۴	۲۲	۹۶
۳۷/۳۰	۳۸/۰۰	۳۷/۷۵	۳۶	۲۱	۱۰۲
۲۹/۷۰	۳۰/۹۰	۳۰/۴۷	۳۰	۲۰	۱۰۸
۲۴/۳۰	۲۵/۷۰	۲۵/۲۳	۲۵	۱۹	۱۱۴
۲۰/۶۰	۲۲/۲۰	۲۱/۷۴	۲۲	۱۹	۱۲۰
۱۹/۶۰	۲۰/۳۰	۱۹/۹۹	۱۹	۱۸	۱۲۶

جدول ۳. پارامترهای مناسب الگوریتم ICA

ICA	پارامتر مقدار	تعداد امپراطوری‌ها	نرخ انقلاب	۱/۴	۰/۰۸	۰/۰۱
		5	۰/۱			

جدول ۴. پارامترهای مناسب الگوریتم GA

GA	پارامتر مقدار	نرخ توزیع	نرخ جهش	تابع جهش	تابع انتخاب
		۰/۸	۰/۱	یکنواخت	چرخ رولت

جدول ۵. پارامترهای مناسب الگوریتم PSO

$\chi$	$W_{max}$	$W_{min}$	$C_2$	$C_1$	پارامتر	PSO
۱	۱	۰/۴	۱	۱	مقدار	

جدول ۶. خلاصه نتایج مربوط به مدل غیرخطی ماسکینگام برای سیلاب اول رودخانه دوآب صمصامی

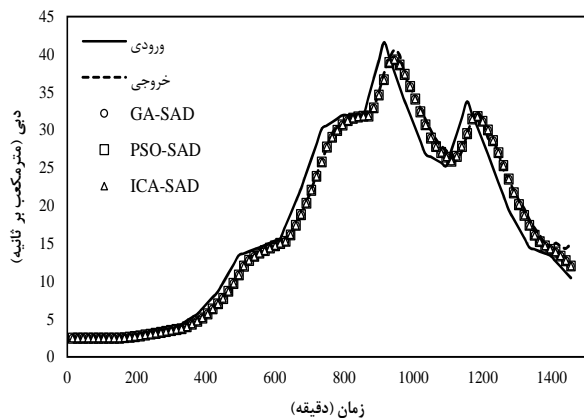
مقدار تابع هدف	K	X	m	الگوریتم	
۳۵/۵۴۹۲	۰/۹۸۶۴	۰/۰۴۰۹	۱/۲۱۴۸	GA	
۳۵/۶۱۲۴	۰/۹۹۹۹	۰/۰۱۸۱	۱/۲۰۸۶	PSO	SSQ
۳۵/۶۱۷۲	۱/۰۰۰۰	۰/۰۱۰۰	۱/۲۰۸۲	ICA	
۲۹/۸۲۲۵	۰/۵۶۴۰	۰/۰۳۰۲	۱/۰۰۰۰۹	GA	
۲۹/۹۴۰۳	۰/۵۶۸۱	۰/۰۳۴۵	۱/۰۰۰۰۰	PSO	SAD
۲۹/۸۰۲۸	۰/۵۶۷۱	۰/۰۳۴۵	۱/۰۰۰۰۰	ICA	

شکل ۵ هیدروگراف ورودی و خروجی مربوط به سیلاب اول را در کنار هیدروگراف روندیابی شده توسط سه روش براساس در نظر گرفتن تابع هدف SSQ نشان می‌دهد. در این شکل عملکرد مناسب الگوریتم‌های فراکاوشی مشاهده می‌شود به نحوی که تمام روش‌ها از نظر ظاهری مشابه هستند. شکل ۶ نیز تمام موارد گفته شده برای شکل ۵ را در نظر می‌گیرد با این تفاوت که نتایج براساس تابع هدف SAD به دست آمده است. نتایج مشابهی برای واقع سیلاب دوم نیز در شکل‌های ۷ و ۸ مشاهده می‌شود. با توجه به شکل‌ها به نظر می‌رسد که عملکرد روش‌ها تفاوت معنی‌داری ندارند ولی اگر از نظر عددی برتری‌ها را بررسی نماییم، روش ICA (بر مبنای تابع هدف) بهتر از روش‌های دیگر بوده است. این برتری‌های هرچند جزئی در سیلاب‌های بزرگ اهمیت ویژه‌ای پیدا می‌کند و در این شرایط حتی یک درصد بهبود عملکرد نتایج مثبت فراوانی به همراه دارد.

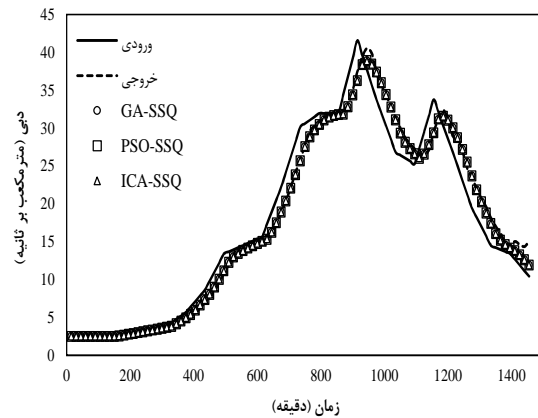
در مورد سیلاب دوم تابع هدف SSQ حاصل از ICA برابر ۲/۲۳۰۷ و برای GA و PSO به ترتیب برابر ۲/۴۲۶۴ و ۲/۲۳۰۷ به دست آمده است. در مورد این سیلاب و براساس SSQ الگوریتم ICA، ۹ درصد جواب حاصل از GA و ۱ درصد جواب حاصل از PSO را بهبود بخشیده است. مقدار تابع هدف

سیلاب در نظر گرفته شده، روندیابی صورت گرفت. از آنجا که ماهیت الگوریتم‌های فراکاوشی تصادفی است هر الگوریتم ۱۰ بار اجرا شد و بهترین عملکرد هر الگوریتم در این ۱۰ اجرا به عنوان معیار مقایسه در نظر گرفته شد. مقدار SSQ برای سیلاب اول در روش ICA برابر ۳۵/۶۱۷۲ و در روش GA و PSO به ترتیب برابر ۳۵/۵۴۹۲ و ۳۵/۶۱۲۴ به دست آمده است، بنابراین براساس این معیار GA با اندکی اختلاف بهتر از دو الگوریتم دیگر عمل کرده است. مقدار تابع هدف SAD مربوط به این سیل به ترتیب برای الگوریتم‌های ICA، GA و PSO برابر ۲۹/۸۰۲۸، ۲۹/۸۲۲۵ و ۲۹/۹۴۰۳ بوده است. براساس معیار SAD، ICA در رتبه نخست و GA و PSO در رتبه دوم و سوم قرار می‌گیرند.

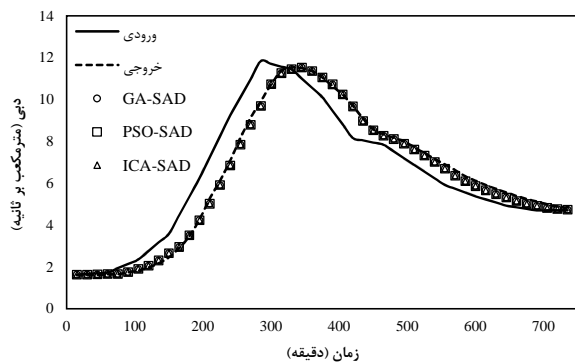
جدول ۶ خلاصه نتایج حاصل از تخمین پارامترهای مدل غیرخطی ماسکینگام توسط این سه الگوریتم را نشان می‌دهد. با توجه به جدول ۶ براساس تابع هدف SAD پارامتر m تقریباً برابر ۱ به دست آمده است؛ که نشان می‌دهد براساس این تابع هدف رابطه بین  $[XI_t + (1 - X)O_t]$  و  $S_t$  خطی است؛ بنابراین استفاده از روش ماسکینگام خطی براساس این تابع، می‌تواند نتایج مشابهی را گزارش نماید. شکل ۵ و ۶ هیدروگراف‌های مشاهداتی و روندیابی شده را نشان می‌دهند.



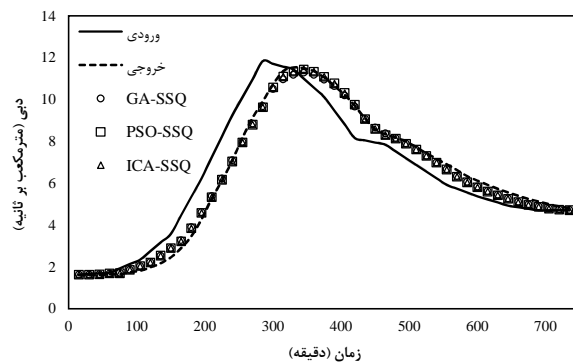
شکل ۶. هیدروگراف ورودی، خروجی و روندیابی شده سیلاب اول براساس SAD



شکل ۵. هیدروگراف ورودی، خروجی و روندیابی شده سیلاب اول براساس SSQ



شکل ۸. هیدروگراف ورودی، خروجی و روندیابی شده سیلاب دوم بر اساس SAD



شکل ۷. هیدروگراف ورودی، خروجی و روندیابی شده سیلاب دوم براساس SSQ

### نتیجه گیری

استفاده از روش‌های مختلف بهینه‌سازی به منظور یافتن پارامترهای مناسب مدل غیرخطی ماسکینگام یکی از مسائلی است که توجه پژوهشگران زیادی را به خود جلب کرده است. در این راستا در تحقیق حاضر کارایی الگوریتم ICA در بهینه‌سازی سه پارامتر  $K$ ،  $X$  و  $m$  که برای استفاده از روش ماسکینگام غیرخطی در روندیابی سیلاب لازم است پرداخته شد. به منظور در دست بودن مبنایی استاندارد برای مقایسه عملکرد ICA نسبت به سایر الگوریتم‌های فراکاوشی در ابتدا سیل ویلسون به عنوان مطالعه موردی در نظر گرفته شد. در این سیل که تابع هدف به صورت SSQ در نظر گرفته شد، ICA

SAD برای روش ICA برابر ۶/۳۴۵۵ و برای GA و PSO به ترتیب برابر ۶/۳۵۰۷ و ۶/۳۵۵۸ به دست آمده است. برای مبنای هر سه الگوریتم عملکرد تقریباً مشابهی داشته‌اند اما هرچند جزئی ICA بهتر از دو الگوریتم دیگر عمل کرده است. خلاصه نتایج مربوطه در جدول ۷ نشان داده شده است، در این سیلاب نیز بر مبنای تابع هدف SAD مقدار توان رابطه غیرخطی ماسکینگام برابر  $m=1$  به دست آمده است که عملاً مدل غیرخطی ماسکینگام را به مدل خطی تبدیل می‌کند. شکل ۷ و ۸ هیدروگراف‌های ورودی، خروجی و روندیابی شده مربوط به این سیلاب را نشان می‌دهد.

جدول ۷. خلاصه نتایج مربوط به مدل غیرخطی ماسکینگام برای سیلاب دوم رودخانه دوآب صمصامی

هدف تابع مقدار	K	X	m	الگوریتم	
۲/۴۲۶۴	۰/۹۹۹۸	۰/۰۱۰۲	۱/۳۰۳۱	GA	
۲/۲۳۰۷	۰/۹۸۶۳	۰/۲۰۶۱	۱/۳۲۵۲	PSO	SSQ
۲/۲۰۸۴	۰/۹۹۹۹	۰/۲۰۶۶	۱/۳۲۰۴	ICA	
۶/۶۵۰۷	۰/۶۵۰۹	۰/۲۴۲۲	۱/۰۰۰۰	GA	
۶/۳۵۵۸	۰/۶۴۹۰	۰/۲۳۸۹	۱/۰۰۰۰	PSO	SAD
۶/۳۴۵۵	۰/۶۴۸۴	۰/۲۳۶۹	۱/۰۰۰۰	ICA	

داشته است. در مورد سیلاب دوم تابع هدف SSQ برای ICA، GA و PSO به ترتیب برابر ۲/۲۰۸۴، ۲/۴۲۶۴ و ۲/۲۳۰۷ به دست آمده است. در این سیلاب مقدار تابع هدف SAD حاصل از ICA برابر ۶/۳۴۵۵ و برای GA و PSO به ترتیب برابر ۶/۳۵۰۷ و ۶/۳۵۵۸ به دست آمده است. در این سیلاب براساس SSQ و SAD الگوریتم ICA بهترین عملکرد را داشته است. با توجه به نتایج حاصل مشخص شد که نه تنها الگوریتم ICA توانایی رقابت با الگوریتم فراکاوشی شناخته شده نظیر GA و PSO را دارد بلکه به عنوان یک روش کارا می تواند، جایگزین این روش ها گردد.

مقدار تابع هدف را نسبت به GA، ۳/۸ درصد و نسبت به PSO، ۰/۳۲ درصد بهبود بخشید.

پس از سیل ویلسون به بررسی دو مطالعه موردی واقعی که مربوط به دو واقعه سیلاب در رودخانه دوآب صمصامی بود پرداخته شد. در مورد سیلاب اول براساس تابع هدف SSQ، GA با مقدار تابع هدف ۳۵/۵۴۹۲ بهترین عملکرد را از خود نشان داد. در این مورد مقدار تابع هدف حاصل از ICA برابر ۳۵/۶۱۷۲ بوده و تابع هدف PSO، برابر ۳۵/۶۱۲۴ به دست آمده است. مقدار تابع هدف SAD مربوط به این سیل به ترتیب برای الگوریتم های ICA، GA و PSO برابر ۲۹/۸۰۲۸، ۲۹/۸۲۲۵ و ۲۹/۹۴۰۳ بوده است. براساس SAD، ICA، بهترین عملکرد را

### منابع مورد استفاده

۱. محمدی قلعه‌نی، م. و ک. ابراهیمی. ۱۳۹۱. ارزیابی الگوریتم‌های جستجوی مستقیم و ژنتیک در بهینه‌سازی پارامترهای مدل غیرخطی ماسکینگام- یک سیلاب از رودخانه کارون. مجله مدیریت آب و آبیاری ۲(۲): ۱-۱۲.
۲. محمدی قلعه‌نی، م.، ا. بزرگ‌حداد و ک. ابراهیمی. ۱۳۸۹. بهینه‌سازی پارامترهای مدل غیرخطی ماسکینگام با استفاده از الگوریتم بهینه‌سازی نورد شبیه‌سازی شده. نشریه آب و خاک ۲۴(۵): ۹۱۹-۹۰۸.
۳. عروجی، ح.، ا. بزرگ‌حداد و ا. فلاح‌پور مهدی‌پور. ۱۳۹۲. الگوریتم بهینه‌سازی جهش قورباغه در تخمین ضرایب مدل روندیابی سیلاب. مجله پژوهش آب ایران ۷(۱۳): ۱۷۴-۱۶۴.
4. Ouyang, A., L. Liu and K. Li. 2014. GPU-based variation of parallel invasive weed optimization algorithm for 1000D functions. Natural Computation (ICNC). 10<sup>th</sup> International Conference. 19-21 August. Xiamen.
5. Atashpaz-Gargari, E. and C. Lucas. 2007. Imperialist competitive algorithm: an algorithm for optimization inspired by imperialistic competition. In Evolutionary Computation. IEEE Congress. 25-28 September, Singapore.
6. Bozorg-Haddad, O., F. Hamed, E. Fallah-Mehdipour, H. Orouji and M. A. Mariño. 2015. Application of a Hybrid Optimization Method in Muskingum Parameter Estimation. J. Irrigation and Drainage Engineering. 140: 15-26.
7. Chen, J. and X. Yang. 2007. Optimal parameter estimation for Muskingum model based on Gray-encoded accelerating genetic algorithm. J. Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation 12:849-858.

8. Chu, H. J. and L. C. Chang . 2009. Applying particle swarm optimization to parameter estimation of the nonlinear Muskingum model. *J. Hydrologic Engineering* 14: 1024-1027.
9. Das, A. 2004. Parameter estimation for Muskingum models. *J. Irrigation and Drainage Engineering* 130: 140-147.
10. Geem, Z. W. 2006. Parameter estimation for the nonlinear Muskingum model using the BFGS technique. *J. Irrigation and Drainage Engineering* 132: 474-478.
11. Gill, M. A. 1978. Flood routing by Muskingum method. *J. Hydrology*. 36:353-363.
12. Karahan, H., G. Gurarslan and Z. W. Geem. 2012. Parameter estimation of the nonlinear Muskingum flood-routing model using a hybrid harmony search algorithm. *J. Hydrologic Engineering* 18: 352-360.
13. Kim, J. H., Z. W. Geem and E. S. Kim. 2001. Parameter Estimation of the Nonlinear Muskingum Model using Harmony Search, *J. The American Water Resources Association* 37:1131-1138.
14. McCarthy, G. T. 1983. The unit hydrograph and flood routing. In *Proceedings of the Conference of North Atlantic Division*. 24-26 June. United States.
15. Mohan, S. 1997. Parameter Estimation of Nonlinear Muskingum Models using Genetic Algorithm. *J. Hydraulic Engineering ASCE* 123:137-142.
16. Orouji, H., O. B. Haddad, E. Fallah-Mehdipour and M. A. Mariño. 2012. Flood routing in branched river by genetic programming.
17. Xu, D. M., L. Qiu and S. Y. Chen. 2011. Estimation of nonlinear Muskingum model parameter using differential evolution. *J. Hydrologic Engineering* 17:348-353.
18. Yoon, J. and G. Padmanabhan. 1993. Parameter Estimation of Linear and Nonlinear Muskingum Models. *J. Water Resources Planning and Management* 119: 600-610.
19. Holland, J. H. 1975. *Adaptation in Natural and Artificial Systems*. Ann Arbor, MI: University of Michigan Press.
20. Kennedy, J. and R. Eberhart. 1995. Particle Swarm Optimization. In *Proceedings of IEEE international conference on neural networks*. 27 November-1December. Perth.