

## تخمین پارامترهای بهینه مدل روندیابی ماسکینگام غیرخطی با استفاده از الگوریتم رقابت استعماری (ICA)

داود رجبی<sup>\*</sup>، حجت کرمی<sup>۱</sup>، خسرو حسینی<sup>۱</sup>، سیدفرهاد موسوی<sup>۱</sup> و سیدعلی‌اصغر هاشمی<sup>۲</sup>

(تاریخ دریافت: ۱۳۹۳/۱۲/۰۷؛ تاریخ پذیرش: ۱۳۹۴/۰۵/۲۶)

### چکیده

مدل غیرخطی ماسکینگام روشی کارا در روندیابی سیلاپ است، اما کارایی این روش تحت تأثیر سه پارامتر به کار رفته در آن است. در سال‌های اخیر، نتایج رضایت‌بخشی از استفاده الگوریتم‌های فرآکاوشی در تعیین مقدار مناسب پارامترهای این مدل گزارش شده است. از این‌رو در این پژوهش به ارزیابی کارایی الگوریتم رقابت استعماری (ICA) در تخمین پارامترهای بهینه مدل غیرخطی ماسکینگام پرداخته شد. علاوه‌بر ICA، الگوریتم ژنتیک (GA) و بهینه‌سازی مجموعه ذرات (PSO) نیز با هدف در دست بودن معیار برای قضاوت در مورد عملکرد ICA مورد استفاده قرار گرفتند. بدین‌منظور ابتدا ICA در روندیابی سیل ویلسون به کار گرفته شد؛ پس از آن روندیابی دو واقعه سیلاپ مربوط به رودخانه دوآب صمصاصی مورد بررسی قرار گرفت. در مورد سیل ویلسون که تابع هدف به صورت مجموع مربعات انحرافات (SSQ) دبی مشاهداتی و محاسباتی در نظر گرفته شد؛ مقدار تابع هدف حاصل از ICA برابر ۳۶/۷۷ و مقدار تابع هدف حاصل از GA و PSO به ترتیب برابر ۳۸/۲۳ و ۳۶/۸۹ بودست آمد. در روندیابی دو سیل دیگر علاوه‌بر SSQ، تابع هدف دیگری به صورت مجموع قدر مطلق انحرافات (SAD) دبی مشاهداتی و محاسباتی نیز در نظر گرفته شد. در سیلاپ اول براساس GA، SSQ بهترین عملکرد را از خود نشان داد ولی براساس SAD در رتبه نخست قرار گرفت. در مورد سیلاپ دوم بر مبنای هر دو تابع هدف، ICA عملکرد بهتری داشته است. در این رابطه ICA نسبت به GA در تابع هدف SSQ ۹ درصد و در تابع هدف SAD ۰/۰۸ درصد بهتر بوده است و نسبت به PSO تابع هدف SSQ و SAD را به ترتیب ۰/۱ و ۰/۱۶ درصد بهبود داده است. با توجه به نتایج حاصل می‌توان گفت که الگوریتم ICA می‌تواند به عنوان یک روش مناسب به منظور تخمین پارامترهای مدل غیرخطی ماسکینگام مورد استفاده قرار گیرد.

کلمات کلیدی: الگوریتم رقابت استعماری ، الگوریتم ژنتیک ، بهینه‌سازی مجموعه ذرات ، سیل ویلسون ، رودخانه دوآب صمصاصی

۱. گروه مهندسی آب ، دانشکده مهندسی عمران، دانشگاه سمنان

۲. مرکز تحقیقات کشاورزی و منابع طبیعی استان سمنان

\*: مسئول مکاتبات: پست الکترونیکی: d.rajabi@semnan.ac.ir

## مقدمه

این زمینه دارند.

تحقیقات زیادی در زمینه روندیابی سیل با استفاده از مدل ماسکینگام غیرخطی و با کاربرد الگوریتم‌های فرآکاوشی انجام شده است. چن و یانگ (۷) به بهینه‌سازی پارامترهای مدل (GA) ماسکینگام غیرخطی با استفاده از الگوریتم ژنتیک (Genetic Algorithm) پرداختند. آنها نتایج خود را با نتایج Non-Linear Programming (NLP) و روش حداقل مربعات (Least-Squares Method) مقایسه نمودند، نتایج نشان داد که GA توانایی بالاتری در یافتن پارامترهای بهینه مدل ماسکینگام غیرخطی نسبت به دو روش دیگر دارد. چو و چانگ (۸) با استفاده از بهینه‌سازی مجموعه ذرات (Particle Swarm Optimization) پارامترهای مدل غیرخطی ماسکینگام را تخمین زدند. آنها نتایج خود را با روش LSM، رگرسیون حداقل مربعات خطی (NONLRL)، Least-Squares (NONLRL)، Regression Harmony و جستجوی هارمونی (HS) مقایسه نمودند. نتایج نشان داد عملکرد PSO از روش‌های LSM و NONLRL بهتر بوده است و در مقایسه با GA و HS، الگوریتم PSO عملکرد تقریباً مشابه‌ای داشته است. ایشان بیان کردند PSO می‌تواند به عنوان یک راه حل مناسب برای تخمین پارامترهای مدل ماسکینگام مورد استفاده قرار گیرد. زوو همکاران (۱۷) استفاده از الگوریتم تکامل تفاضلی (Differential Evolution) به تخمین پارامترهای مدل ماسکینگام غیرخطی پرداختند. آنها نتایج خود را با نتایج حاصل از PSO و GA که توسط دیگر پژوهش‌گران به دست آمده بود، مقایسه کردند. نتایج نشان داد که جواب‌های حاصل از DE تفاوت چندانی با سایر الگوریتم‌های فرآکاوشی ندارد و می‌تواند آن را به عنوان یک روش مناسب در تخمین پارامترهای مدل ماسکینگام شناخت. عروجی و همکاران (۱۶) به روندیابی سیل با استفاده از برنامه ریزی ژنتیک (Genetic Programming) پرداختند. ایشان نتایج حاصل را با نتایج حاصل از معادله سنت ونانت مقایسه کردند و بیان نمودند GP

سیل از جمله مهم‌ترین مخاطرات طبیعی است که باعث آسیب به مناطق شهری و کشاورزی می‌شود. آگاهی از وضعیت بزرگی سیلاب‌ها در یک منطقه می‌تواند مدیران را در ساخت سازه‌های مناسب برای جلوگیری از خسارت‌های ناشی از این پدیده کمک نماید. تخمین چگونگی اوج گرفتن و فروکش هیدروگراف سیل در پایین دست هر مقطع مشخص از رودخانه را روندیابی سیل گویند. روندیابی سیلاب به‌طور کلی به دو صورت هیدرولیکی و هیدرولوژیکی انجام می‌شود. در روندیابی هیدرولیکی با استفاده از روش‌های عددی و معادلات جریان غیرماندگار روندیابی سیل انجام می‌شود، اما در روش‌های هیدرولوژیکی، روندیابی سیل به کمک حل معادلات پیوستگی و رابطه ذخیره موقعت در بازه مشخصی از رودخانه، صورت می‌گیرد.

از آنجا که روش‌های هیدرولیکی دارای پیچیدگی‌های محاسباتی هستند عموماً استفاده از آنها سخت و نیازمند اطلاعات زیادی است، اما در مقابل روش‌های هیدرولوژیکی از روابط ساده‌تری استفاده می‌کنند و با حداقل اطلاعات ممکن (هیدروگراف سیل)، روندیابی را با دقت مناسبی انجام می‌دهند. از این‌رو استفاده از روش‌های هیدرولوژیکی مورد استقبال محققین قرار گرفته است. روش روندیابی ماسکینگام از جمله روش‌های روندیابی هیدرولوژیکی است که اولین بار توسط مک‌کارتی (۱۴) پیشنهاد شد. از آنجا که روش معرفی شده توسط مک‌کارتی یک رابطه خطی بود و توانایی مدل کردن روابط غیرخطی بین ورودی، خروجی و ذخیره موقعت را نداشت، گیل (۱۱) نسخه غیرخطی از این روش را ارائه نمود. نکته مهم در استفاده از روش ماسکینگام غیرخطی، تعیین مقدار مناسب پارامترهای آن است، که عموماً تعیین این پارامترها به روش آزمون و خطأ و یا روش‌های عددی دشوار و زمان‌بر انجام می‌شود؛ به‌همین دلیل استفاده از روش‌های بهینه‌سازی در تعیین این پارامترها راهکار مناسبی است. در میان روش‌های مختلف بهینه‌سازی، الگوریتم‌های فرآکاوشی جایگاه ویژه‌ای در

استفاده نمودند. آنها با مقایسه نتایج حاصل با GA بیان نمودند که SFLA مجموع مربعات و قدر مطلق انحرافات بین دبی روندیابی شده و مشاهداتی به ترتیب  $3/67$  و  $27/0$  درصد بهبود داده است.

با توجه به مطالعات انجام شده مشخص است که روش‌های فرآکاوشی کارایی خوبی در زمینه تخمین پارامترهای مدل غیرخطی ماسکینگام از خود نشان داده‌اند. استفاده از روش‌های فرآکاوشی گوناگون گواه براین است که بهبود هر چند جزئی در نتایج حاصل از روندیابی ماسکینگام می‌تواند در کاهش آسیب‌های ناشی از سیلاب، مهم و تأثیرگذار باشد؛ بهمین علت در این تحقیق از الگوریتم رقابت استعماری (ICA) Imperialist Competitive Algorithm که از الگوریتم‌های فرآکاوشی جدید است در بهینه‌سازی پارامترهای مدل غیرخطی ماسکینگام استفاده شده است.

## مواد و روش‌ها

### مدل ماسکینگام غیرخطی

مدل ماسکینگام به دلیل سادگی و نیاز به اطلاعات کم، مدلی پرکاربرد در روندیابی سیل است (۱۱). روش ماسکینگام از طریق معادله‌های (۱) و (۲) که به ترتیب معادلات پیوستگی و ذخیره موقعت در بازارهای از رودخانه هستند، هیدرولوگراف پایین دست را تخمین می‌زنند.

$$\frac{ds}{dt} = O_t - I_t \quad [۱]$$

$$S_t = K[XI_t + (1-X)O_t] \quad [۲]$$

در این روابط،  $O_t$ : جریان خروجی در زمان  $t$ ؛  $I_t$ : جریان ورودی در زمان  $t$ ؛  $\frac{ds}{dt}$ : تغییرات ذخیره در بازه زمانی،  $K$ : ضریب زمان ذخیره،  $X$ : بیانگر تأثیر جریان ورودی و خروجی در میزان ذخیره و  $S_t$ : ذخیره در زمان  $t$  است. روابط فوق، یک رابطه خطی بین ذخیره و جریان ورودی و خروجی برقرار می‌کند؛ یعنی و پادمنابهان (۱۸) نشان دادند زمانی که رابطه بین  $[XI_t + (1-X)O_t]$  و  $S_t$  خطی نیست استفاده از روش

به طور قابل توجهی بهتر از روش سنت ونانت عمل می‌کند. کرهان و همکاران (۱۲) به تخمین پارامترهای روش ماسکینگام غیرخطی با استفاده از الگوریتم جستجوی هارمونی ترکیبی (HHS) Hybrid Harmony Search (HHS) پرداختند. ایشان نتایج کار خود را با نتایج حاصل از تحقیق دیگر محققان مقایسه کردند، در این مقایسه که ۱۲ روش مختلف وجود داشت، روش پیشنهادی توانست با دقت بهتری، پارامترهای مدل غیرخطی ماسکینگام را برآورد نماید. بزرگ حداد و همکاران (۶) با استفاده از الگوریتم بهینه‌سازی جهش قربانی (SFLA) Shuffled Frog Leaping Algorithm ترکیب شده با روش نلدر مید سیمپلکس (Nelder-Mead simplex) پارامترهای روش ماسکینگام غیرخطی را تخمین زدند. ایشان نتایج خود را با نتایج حاصل از GA مقایسه کردند که نتایج نشان دهنده بهبود  $4/4$  درصدی روش پیشنهادی بود. اویانگ و همکاران (۴) با استفاده از الگوریتم ترکیب علف هرز (IWOA) Invasive Weed Optimization مدل غیرخطی ماسکینگام پرداخت. ایشان نتایج خود را با روش نلدر مید سیمپلکس، PSO مقایسه کردند. نتایج نشان داد روش توسعه داده شد بهتر از سایر روش‌ها عمل نموده است. محمدی قلعه‌نی و همکاران (۲) از الگوریتم نورد شبیه‌سازی شده (SA) Simulated Annealing برای بهینه‌سازی سه پارامتر مدل غیرخطی ماسکینگام استفاده نمودند. ایشان نتایج خود را با GA مقایسه کردند. نتایج حاکی از کارایی روش SA در بهینه‌سازی پارامترهای مورد نظر بود؛ به نحوی که دبی پیک واقعی سیلاب برابر  $1182$  و دبی پیک روندیابی شده برابر  $1191$  مترمکعب بر ثانیه به دست آمده است. قلعه‌نی و ابراهیمی (۱) با استفاده از روش جستجوی مستقیم Pattern Search (PS) به روندیابی یک سیلاب مربوط به رودخانه کارون پرداختند. آنها بیان کردند که مجموع مربعات خطای مجموع قدر مطلق خطای و تفاوت بین دبی پیک مشاهداتی و محاسباتی به ترتیب  $420$  و  $7842$  و  $977$  مترمکعب است. عروجی و همکاران (۳) از SFLA در تخمین ضایعات مدل روندیابی غیرخطی ماسکینگام

به عنوان استعمارگر و ماقبی به عنوان مستعمره در نظر گرفته می‌شود. تعداد کشورهای استعمارگر توسط کاربر به عنوان یک پارامتر انتخاب می‌شود. این پارامتر بسته به نوع مسئله و جمعیت اولیه مقادیر مختلفی را به خود اختصاص می‌دهد. با مشخص شدن این کشورها می‌توان فرآیند بهینه‌سازی را آغاز نمود. برای هر مسئله بهینه‌سازی با  $N$  متغیر تصمیم (این متغیرها می‌توانند فرهنگ، زبان و ... باشند)، هر کشور به صورت آرایه  $N \times 1$

به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\text{Country} = [\text{var}_1, \text{var}_2, \dots, \text{var}_i, \dots, \text{var}_N] \quad [7]$$

$$\text{Cost} = f(\text{Country}) \quad [8]$$

در این روابط  $\text{var}_i$ : متغیر تصمیم نام، Country: راه حل مسئله و Cost: مقدار تابع هدف است.

در گام بعد که به سیاست جذب معروف است استعمارگران مستعمرات را به سمت خود جذب می‌کنند (مستعمرات از فرهنگ، زبان و ... استعمارگر الگو می‌گیرند). در این مرحله مستعمرات با یک انحراف درجه‌ای به میزان  $x$  به سمت استعمارگران حرکت می‌کنند، این انحراف موجب جستجوی جامع‌تر فضای تصمیم می‌شود. شکل ۱ چگونگی این فرآیند را نشان می‌دهد.  $x$  و اعدادی تصادفی با توزیع یکنواخت هستند.

$$x \sim U(0, \beta \times d) \quad [9]$$

$$\theta \sim U(-\gamma, \gamma) \quad [10]$$

که: عددی بزرگ‌تر از ۱ است که باعث می‌شود مستعمرات از دو طرف به سمت استعمارگرها نزدیک شوند،  $d$ : فاصله بین استعمارگر و مستعمره و: پارامتری است که میزان انحراف از مسیر اصلی را مشخص می‌کند.

در هر نسل (تکرار) برخی از کشورها که پیشرفت قابل توجهی نداشتند دچار انقلاب می‌شوند. عملگر انقلاب مانع از گیر افتادن الگوریتم در بهینه‌های موضعی می‌شود. توسط این عملگر در هر تکرار درصدی از جمعیت که مقدار تابع هدف

غیرخطی جواب‌های قابل اطمینان‌تری را گزارش می‌کند. گیل (۱۱) مدل غیرخطی ماسکینگام را معرفی نمود، معادله (۳) این مدل را نشان می‌دهد:

$$S_t = K[XI_t + (1-X)O_t]^m \quad [3]$$

در این رابطه  $m$  پارامتری است که امکان برقراری رابطه غیرخطی ذخیره و جریان را فراهم می‌کند. به کمک معادله (۳) و (۱) می‌توان روابط (۴) و (۵) را استخراج نمود:

$$O_t = \left( \frac{1}{1-X} \right) \left( \frac{S_t}{K} \right)^{\frac{1}{m}} - \left( \frac{X}{1-X} \right) I_t \quad [4]$$

$$\frac{dS_t}{dt} = \left( \frac{1}{1-X} \right) \left( \frac{S_t}{K} \right)^{\frac{1}{m}} + \left( \frac{1}{1-X} \right) I_t \quad [5]$$

با در دست بودن  $S_t$  و  $O_t$ ، حجم ذخیره در زمان بعدی توسط رابطه (۶) محاسبه می‌شود:

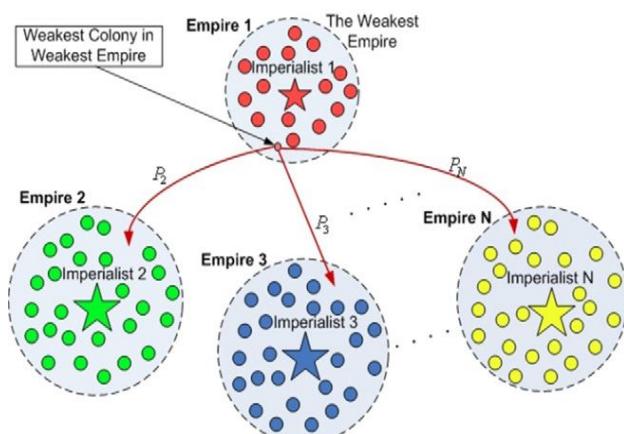
$$S_{t+1} = S_t + US_t \quad [6]$$

جیم (۱۰) برای محاسبه هیدروگراف سیل با استفاده از روش ماسکینگام غیرخطی، گام‌های زیر را استفاده کرد:  
گام اول: در نظر گرفتن مقدار اولیه برای سه پارامتر  $K$ ،  $X$  و  $m$ .  
گام دوم: محاسبه ذخیره با استفاده از معادله (۳) با فرض برابر بودن جریان ورودی و خروجی در ابتدای گام زمانی ( $I_0 = O_0$ ).  
گام سوم: محاسبه تغییرات ذخیره نسبت به زمان براساس رابطه (۵).  
گام چهارم: محاسبه مقدار ذخیره در مرحله  $t+1$  براساس رابطه (۶).

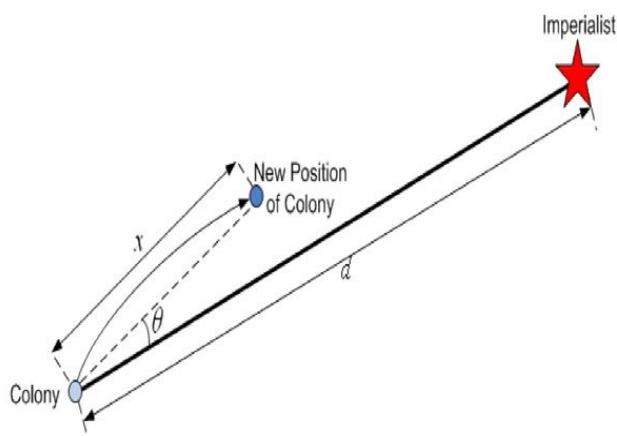
گام پنجم: محاسبه مقدار جریان خروجی مرحله  $t+1$  براساس رابطه (۴).  
کام ششم: تکرار مراحل ۲ تا ۵.

### الگوریتم رقابت استعماری (ICA)

ICA توسط اسماعیل آتش‌پرگری و کارو لوکس (۵) معرفی شد. این الگوریتم مانند بسیاری از الگوریتم‌های فرآکاوشی دیگر یک رویکرد جمعیت به جمعیت دارد. در شروع فرآیند ICA جمعیتی از جواب‌های اولیه (کشورها) ایجاد می‌شود (همانند کروموزوم در GA)، تعدادی از کشورها که قدرتمندتر هستند



شکل ۲. فرآیند جذب ضعیف‌ترین مستعمره ضعیف‌ترین امپاطوری توسط امپاطوری‌های دیگر



شکل ۱. حرکت مستعمرات به سمت استعمارگر

امپاطوری ۱ ضعیف‌ترین امپاطوری است و امپاطوری‌های ۲ تا  $N$  در حال رقابت برای جذب ضعیف‌ترین مستعمره آن هستند. با در اختیار داشتن احتمال جذب برای هر امپاطوری، می‌توان از عملگری مانند چرخ رولت برای انتخاب امپاطوری مقصد، استفاده نمود. این فرآیند تا جایی که یکی از معیارهای توقف ارض اگردد ادامه خواهد یافت. شکل ۳ فلوچارت رقابت استعماری را نشان می‌دهد.

### الگوریتم ژنتیک (GA)

GA مشهورترین الگوریتم فرآکاوشی است که توسط هلند (۱۹) معرفی گردید. جمعیت در GA به مجموعه‌ای از کروموزوم‌ها اطلاق می‌شود. هر کروموزوم یک راه حل برای مسئله است. این کروموزوم‌ها به تعداد ابعاد مسئله دارای ژن هستند، طی فرآیند بهینه‌سازی این ژن‌ها توسط عملگرهای ژنتیکی ترکیب (Mutation) و جهش (Crossover) بهبود می‌یابند. از آنجا که هر کروموزوم یک راه حل است بنابراین می‌توان برای هر کروموزوم یک تابع هدف محاسبه نمود. پس از آن کروموزوم‌ها براساس شایستگی تابع هدف منتظر با آنها، برای انتقال به نسل بعد انتخاب می‌گردد. به منظور این انتخاب، از عملگرهایی چون چرخ رولت (Roulette wheel) و انتخاب رقابتی (Tournament Selection) که عملگرهای

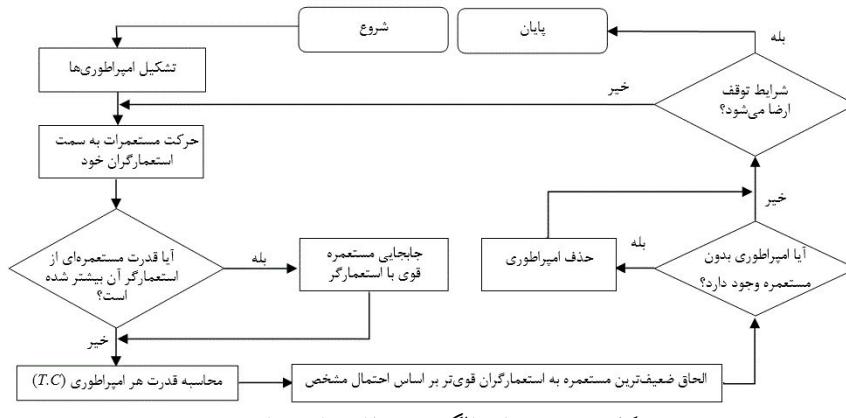
مناسبی ندارد با یک جواب تصادفی جایگزین می‌شود. ایجاد جواب‌های جدید باعث جستجو جامع‌تر فضای تصمیم می‌گردد. بعد از حرکت مستعمرات به سمت استعمارگران یا وقوع انقلاب، ممکن است یکی از مستعمرات شرایطی بهتری از استعمارگر خود پیدا کند، در چنین شرایطی جای مستعمره با استعمارگر کش عوض می‌شود.

مهم‌ترین مرحله در ICA مرحله رقابت استعماری است، که در این مرحله تمام استعمارگران سعی بر افزایش تعداد مستعمرات خود دارند. این فرآیند با از دست رفتن ضعیف‌ترین مستعمره از ضعیف‌ترین امپاطوری و پیوستن آن به امپاطوری‌های قوی‌تر انجام می‌شود. پیوستن مستعمرات به امپاطورهای قوی‌تر براساس یک احتمال مشخص انجام می‌گیرد. این احتمال متناسب با قدرت هر استعمارگر به علاوه در صد دلخواهی از میانگین قدرت مستعمرات آن می‌باشد.

$$\begin{aligned} T.C_n = & \text{Cost(imperiaalist}_n\text{)} \\ & + \frac{1}{\sum} \text{mean}(\text{Cost(colonies of empire}_n\text{)}) \end{aligned}$$

[۱۱]

در این رابطه،  $\text{Cost(imperiaalist}_n\text{)}$ : مقدار تابع هدف استعمارگر  $n$ ،  $\text{Cost}(\text{colonies of empire}_n\text{)}$ : مقدار تابع هدف مستعمرات استعمارگر  $n$ ، یک عدد مثبت دلخواه کوچک‌تر از یک،  $T.C_n$ : مقدار تابع هدف امپاطوری  $n$  است. شکل ۲ فرآیند رقابت استعماری را نشان می‌دهد. در این شکل



بردار سرعت می‌باشد که این بردار تحت تأثیر دو عامل است:  
 ۱) بهترین موقعیتی است که ذره تا به حال به آن رسیده است  
 (Pbest)  
 ۲) بهترین موقعیتی است که بهترین ذره به آن رسیده است (Gbest). برای یک مسئله  $N$  بعدی با  $P$  راه حل، سرعت حرکت ذره  $i$  از رابطه (۱۲) محاسبه می‌گردد:

$$\begin{aligned} v_{id}^{n+1} &= \gamma(w.v_{id}^n + c_1 r_1^n (Pbest_{id}^n - x_{id}^n) + \\ &\quad c_2 r_2^n (Gbest_{id}^n - x_{id}^n)) \\ &\quad i=1,\dots,P \end{aligned}$$

که در این رابطه،  $v$ : سرعت ذرات،  $n$ : شماره تکرار،  $w$ : وزن اینرسی،  $c_1$  پارامتر باعث می‌شود سرعت در هر تکرار به مقدار  $w$  برابر سرعت قبل باشد که یک  $w$  کوچکتر از یک باعث جستجوی جامع تر الگوریتم می‌شود زیرا در مسیر حرکت به سمت نقطه جدید با فاصله‌های کمتر حرکت می‌کند،  $c_2$  و  $c_1$ : ضرایب شناختی و اجتماعی این ضرایب به ترتیب میزان حرکت به سمت Pbest و Gbest را کنترل می‌کنند و  $r_1$  و  $r_2$ : اعدادی تصادفی با توزیع یکنواخت که وجود آنها باعث جستجوی جامع تر فضای تصمیم مسئله می‌شود. بنابراین موقعیت آمین ذره در جمعیت، در هر تکرار از رابطه زیر محاسبه می‌گردد:

$$x_{id}^{n+1} = x_{id}^n + v_{id}^{n+1} \quad [13]$$

بنابراین اگر مقدار  $w$  در ابتدا بزرگ و در طی فرآیند بهینه‌سازی کاهش یابد نتایج بهتری را حاصل می‌کند بنابراین

تکاملی هستند، استفاده می‌شود. در این رابطه نیازمند تعیین یک نرخ ترکیب (تزویج) و عملگر انتخاب هستیم که توسط کاربرد تعیین می‌شوند. نرخ ترکیب بیان کننده این است که چه کسری از جمعیت در تکرار بعدی الگوریتم از طریق ترکیب دو کروموزوم والد تولید شوند. عملگر انتخاب وظیفه انتخاب دو متناسب با تابع هدف هر کروموزوم صورت می‌گیرد. به نحوی که هر قدر تابع هدف متناظر با هر کروموزوم بهتر باشد، احتمال بیشتری برای انتخاب شدن برای نسل بعد وجود دارد. بعد از انتخاب دو کروموزوم، با استفاده از عملگر ترکیب تعدادی از ژن‌های دو کروموزوم انتخاب شده، با یکدیگر جابه‌جا می‌شوند. ژن‌های برخی کروموزوم‌ها نیز توسط عملگر جهش به صورت تصادفی تغییر می‌کنند. در تولید هر نسل جدید سه عملگر انتخاب، جهش و ترکیب، فرآیند بهینه‌سازی را به نحوی پیش می‌برند که کروموزوم‌های ایجاد شده، مقدار تابع هدف را در هر تکرار بهتر و بهتر کنند، تا جایی که فرآیند بهینه‌سازی توسط یکی از شرط‌های توقف، پایان یابد.

#### بهینه‌سازی مجموعه ذرات (PSO)

PSO رفتار جمعی ماهیان و پرندگان را شبیه‌سازی می‌کند. این الگوریتم توسط کنندی و ابراهات (۲۰) معرفی گردیده است. در PSO هر ذره یک جواب برای مسئله است. هر ذره دارای یک

## نتایج

### سیل ویلسون

این سیلاب به عنوان یک مبنا برای عملکرد الگوریتم‌های فراکاوشی توسط بسیاری از محققین مورد استفاده قرار گرفته است. در این مطالعه تنها ICA به منظور تخمین پارامترهای مدل غیرخطی ماسکینگام برای این سیل اجرا گردید و برای GA و PSO از نتایج سایر مطالعات موهان (۸)، چو و چانگ (۱۵) PSO از نتایج مطالعات موهان (۸)، چو و چانگ (۱۵) استفاده شد. در این مسئله جمعیت الگوریتم GA و PSO برابر ۱۰۰ در نظر گرفته شد. در مورد تعداد تکرارهای الگوریتم GA عددی توسط موهان (۱۵) گزارش نشده است اما چو و چانگ (۸) تعداد تکرارهای الگوریتم PSO را برابر ۱۰۰ در نظر گرفتند. الگوریتم ICA برای این سیلاب با تعداد ۵۰ جمعیت و ۱۰۰ تکرار در نظر گرفته شد؛ بنابراین تعداد ارزیابی‌های تابع هدف توسط ICA نصف الگوریتم PSO بوده است. در روش ICA تعداد امپراطوری‌ها برابر ۵، نرخ انقلاب برابر ۵ درصد و پارامترهای  $c_1$  و  $c_2$  به ترتیب ۰/۰۵ و ۰/۰۲ در نظر گرفته شدند.

پس از تعیین پارامترهای مناسب الگوریتم ICA، پارامترهای  $X$ ،  $K$  و  $m$  بهینه مدل غیرخطی ماسکینگام توسط این روش به ترتیب برابر ۰/۲۸۶۹، ۰/۰۸۶۲ و ۱/۸۶۸۱ بدست آمده است. جدول ۱ نتایج حاصل از ICA را در مقابل نتایج بدست آمده از GA و PSO نشان می‌دهد. با توجه به پارامترهای بدست آمده مقدار تابع هدف SSQ حاصل از ICA برابر ۳۶/۷۷ و تابع هدف حاصل از GA و PSO به ترتیب برابر ۳۸/۲۳ و ۳۶/۸۹ می‌باشدند، که نشان دهنده برتری ICA در دستیابی به جواب بهینه مسئله است. این نتایج نشان می‌دهد ICA، مقدار تابع هدف را نسبت به GA، ۳/۸ درصد و نسبت به PSO، ۰/۳۲ درصد بهبود داده است. علاوه‌بر این مقایسه نتایج حاصل از ICA با دیگر الگوریتم‌های فراکاوشی به کار گرفته شده برای حل این مثال، گواهی بر عملکرد مناسب ICA است؛ برای مثال مقدار SSQ حاصل از الگوریتم HS برابر ۳۶/۷۸ (۱۳)، الگوریتم DE برابر ۳۶/۷۷ (۱۷)، الگوریتم PS برابر ۶۲/۶۵ (۱) و الگوریتم SA برابر ۳۶/۷۷ (۱۷).

برای  $w$  از رابطه زیر استفاده گردد:

$$w_n = w_{\max} - \frac{(w_{\max} - w_{\min}) \times n}{iter_{\max}} \quad [14]$$

که در آن:  $w_{\max}$  میزان اولیه اینرسی،  $w_{\min}$ : میزان نهایی اینرسی،  $iter_{\max}$ : حداکثر تعداد تکرار الگوریتم است. پارامترهای PSO محدوده مشخصی ندارند ولی معمولاً مقدار  $w$  از ۲ تجاوز نمی‌کند و  $\chi$  برابر ۱ همگرایی لازم را ایجاد می‌کند. همچنین در انتخاب دو ضربی  $c_1$  و  $c_2$  معمولاً رابطه  $c_1 + c_2 \leq 4$  رعایت می‌شود.

## مطالعه موردي

در این تحقیق سه مطالعه موردي در نظر گرفته شد. مطالعه موردي اول مربوط به سیل ویلسون است. این سیلاب یک مسئله آزمون برای بررسی توانایی روش‌های مختلف، در بهینه‌سازی پارامترهای مدل غیرخطی ماسکینگام است؛ بنابراین از این جهت معیار مناسبی برای بررسی قدرت ICA خواهد بود. دو سیلاب دیگر مربوط به رودخانه دوآب صمصامی از شاخه‌های اصلی کارون بزرگ واقع در استان چهارمحال و بختیاری است. اطلاعات این دو سیلاب مربوط به دو سیلاب رخ داده در این رودخانه در سال‌های ۱۳۸۸ و ۱۳۸۹ است که در یک بازه ۳/۵ کیلومتری در گام‌های زمانی ۱۵ دقیقه‌ای ثبت شده است. توابع هدف در نظر گرفته شده در این مطالعه در مورد سیل ویلسون مجموع مربعات انحرافات (SSQ) و در دو سیل دیگر علاوه‌بر SSQ مجموع قدرمطلق انحرافات (SAD) است که به صورت زیر بیان می‌شوند:

$$\text{Min} \quad SSQ = \sum_{t=1}^T (O - \hat{O})^2 \quad [15]$$

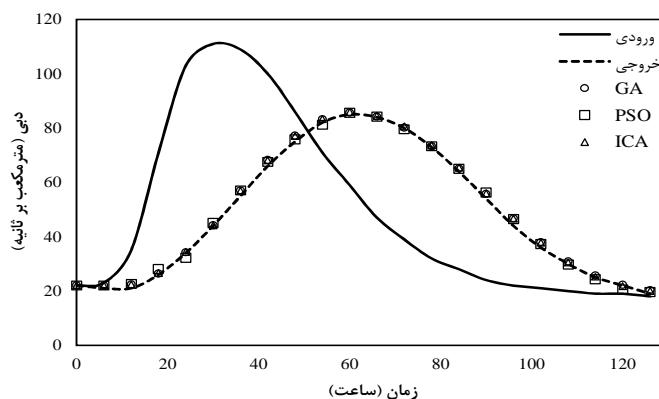
$$\text{Min} \quad SAD = \sum_{t=1}^T |O - \hat{O}| \quad [16]$$

که در آن  $\hat{O}$ : دبی روندیابی شده توسط رابطه (۴) است. همچنین بازه مناسب برای متغیرهای  $X$ ،  $K$  و  $m$  در روش ماسکینگام غیرخطی به ترتیب (۰/۰۱)، (۰/۰۵)، (۰/۰۱)، (۱، ۳) و (۱، ۳) می‌باشد کاراهان و همکاران (۱۲).

جدول ۱. پارامترهای بهینه مدل غیرخطی ماسکینگام برای سیل ویلسون

| الگوریتم | m      | X      | K      | SSQ   |
|----------|--------|--------|--------|-------|
| GA*      | ۱/۸۲۸۲ | ۰/۲۸۱۳ | ۰/۱۰۳۳ | ۳۸/۲۳ |
| PSO**    | ۲/۱۴۵۸ | ۰/۳۳۳۰ | ۰/۱۰۲۴ | ۳۶/۸۹ |
| ICA      | ۱/۸۶۸۱ | ۰/۲۸۶۹ | ۰/۰۸۶۲ | ۳۶/۷۷ |

\* موهان (۱۵) \*\* چو و چانگ (۸)



شکل ۴. هیدروگراف ورودی، خروجی و روندیابی شده سیل ویلسون

نرديک شدن به جواب بهينه مطلق دارد. در اين قسمت به بررسی کاريابي ICA در بهينه‌سازی ضرایب رابطه ماسکینگام در دو پدیده واقعی سيلاب پرداخته شده است. در اينجا علاوه بر تابع هدف SSQ تابع SAD نيز مورد بررسی قرار گرفت. برای هر سه الگوریتم مورد بحث جمعیت برابر ۱۰۰ و تعداد تكرار برابر ۱۰۰۰ در نظر گرفته شد؛ ساير پارامترهای سه الگوریتم در جداول ۳ و ۴ مشاهده شده‌اند. اين پارامترها براساس آزمون و خطا برای هر الگوریتم به دست آمدند. در الگوریتم ICA پارامتر به عنوان پارامتر حساس شناخته شد. زيرا بيشترین تغيير در مقدار تابع هدف را با تغيير جزئی در مقدار اين پارامتر مشاهده شد. در الگوریتم GA نرخ تزویج پارامتر حساس بود و بعد از آن مقدار جهش بيشترین تغيير را در مقدار تابع هدف اعمال می‌کرد. در الگوریتم PSO نيز مقادير  $C_1$  و  $C_2$  حساس‌ترین پارامترهای الگوریتم بودند. پس از تعیين پارامترهای بهينه هر الگوریتم برای هر دو

نرديک شدن به جواب بهينه مطلق دارد. شکل ۴ هیدروگراف سيل ویلسون را در کنار هيدروگراف‌های روندیابی شده و جدول ۲ مقادير دبی مربوط به اين سيلاب را نشان می‌دهد. همان‌طور که در شکل ۴ مشخص است، خط توپر هیدروگراف ورودی و خط چين هیدروگراف خروجی است که باید از طريق روندیابي محاسبه شود. با توجه به‌شکل هر سه الگوریتم تقریباً به خوبی روندیابي را انجام داده‌اند اما روش PSO در برخی نقاط کم تخمین و بيش تخمین دارد. جدول ۲ نيز مقادير عددی شکل ۴ را در می‌گيرد در اين جدول داده‌های سيل ویلسون به همراه نتایج روندیابي هيدروگراف خروجی ارائه شده توسط ساير محققین با روش GA و PSO در کنار نتایج حاصل از اين تحقیق (ICA) ارائه شده است.

### سيلاب‌های رودخانه دوآب صمصامي

در سيل ویلسون نتایج نشان داد ICA توانایی مناسبی در

## جدول ۲. هیدروگراف سیل ویلسون و هیدروگراف‌های روندیابی شده توسط الگوریتم‌های مختلف

| PSO   | GA    | ICA   | دبي خروجي<br>(مترمکعب بر ثانيه) | دبي ورودي<br>(مترمکعب بر ثانيه) | زمان<br>(ساعت) |
|-------|-------|-------|---------------------------------|---------------------------------|----------------|
| ۲۲/۰۰ | ۲۲/۰۰ | ۲۲/۰۰ | ۲۲                              | ۲۲                              | ۰              |
| ۲۲/۰۰ | ۲۲/۰۰ | ۲۲/۰۰ | ۲۱                              | ۲۳                              | ۶              |
| ۲۲/۶۰ | ۲۲/۴۰ | ۲۲/۴۲ | ۲۱                              | ۳۵                              | ۱۲             |
| ۲۸/۱۰ | ۲۶/۴۰ | ۲۶/۶۱ | ۲۶                              | ۷۱                              | ۱۸             |
| ۳۲/۲۰ | ۳۴/۲۰ | ۳۴/۴۶ | ۳۴                              | ۱۰۳                             | ۲۴             |
| ۴۵/۰۰ | ۴۴/۲۰ | ۴۴/۱۷ | ۴۴                              | ۱۱۱                             | ۳۰             |
| ۵۷/۰۰ | ۵۷/۰۰ | ۵۶/۸۵ | ۵۵                              | ۱۰۹                             | ۳۶             |
| ۶۷/۵۰ | ۶۸/۲۰ | ۶۸/۰۶ | ۶۶                              | ۱۰۰                             | ۴۲             |
| ۷۵/۹۰ | ۷۷/۲۰ | ۷۷/۰۷ | ۷۵                              | ۸۶                              | ۴۸             |
| ۸۱/۲۰ | ۸۳/۳۰ | ۸۳/۳۲ | ۸۲                              | ۷۱                              | ۵۴             |
| ۸۵/۶۰ | ۸۵/۷۰ | ۸۵/۹۰ | ۸۵                              | ۵۹                              | ۶۰             |
| ۸۴/۲۰ | ۸۴/۲۰ | ۸۴/۵۴ | ۸۴                              | ۴۷                              | ۶۶             |
| ۷۹/۶۰ | ۸۰/۲۰ | ۸۰/۵۸ | ۸۰                              | ۳۹                              | ۷۲             |
| ۷۳/۳۰ | ۷۳/۳۰ | ۷۳/۷۱ | ۷۳                              | ۳۲                              | ۷۸             |
| ۶۵/۰۰ | ۶۵/۱۰ | ۶۵/۴۱ | ۶۴                              | ۲۸                              | ۸۴             |
| ۵۶/۲۰ | ۵۵/۸۰ | ۵۶/۰۰ | ۵۴                              | ۲۴                              | ۹۰             |
| ۴۶/۵۰ | ۴۶/۷۰ | ۴۶/۶۷ | ۴۴                              | ۲۲                              | ۹۶             |
| ۳۷/۳۰ | ۳۸/۰۰ | ۳۷/۷۵ | ۳۶                              | ۲۱                              | ۱۰۲            |
| ۲۹/۷۰ | ۳۰/۹۰ | ۳۰/۴۷ | ۳۰                              | ۲۰                              | ۱۰۸            |
| ۲۴/۳۰ | ۲۵/۷۰ | ۲۵/۲۳ | ۲۵                              | ۱۹                              | ۱۱۴            |
| ۲۰/۶۰ | ۲۲/۲۰ | ۲۱/۷۴ | ۲۲                              | ۱۹                              | ۱۲۰            |
| ۱۹/۶۰ | ۲۰/۳۰ | ۱۹/۹۹ | ۱۹                              | ۱۸                              | ۱۲۶            |

## جدول ۳. پارامترهای مناسب الگوریتم ICA

| پارامتر<br>مقدار | ICA  | تعداد امپاطوری‌ها | نرخ انقلاب | ICA |
|------------------|------|-------------------|------------|-----|
| ۰/۰۱             | ۰/۰۸ | ۱/۴               | ۰/۱        | ۵   |

## جدول ۴. پارامترهای مناسب الگوریتم GA

| پارامتر<br>مقدار | GA  | نرخ تزویج | نرخ جهش | تابع جهش<br>یکنواخت | تابع انتخاب<br>چرخ رولت |
|------------------|-----|-----------|---------|---------------------|-------------------------|
| ۰/۸              | ۰/۱ | ۰/۱       | ۰/۱     | یکنواخت             | چرخ رولت                |

جدول ۵. پارامترهای مناسب الگوریتم PSO

| $\chi$ | $w_{\max}$ | $w_{\min}$ | $C_2$ | $C_1$ | پارامتر | PSO |
|--------|------------|------------|-------|-------|---------|-----|
| ۱      | ۱          | ۰/۴        | ۱     | ۱     | مقدار   |     |

جدول ۶. خلاصه نتایج مربوط به مدل غیرخطی ماسکینگام برای سیلاب اول رودخانه دوآب صمصامی

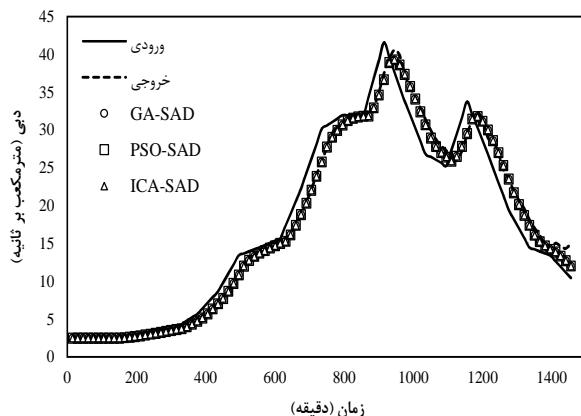
| مقدار تابع هدف | K      | X      | m      | الگوریتم |     |
|----------------|--------|--------|--------|----------|-----|
| ۳۵/۵۴۹۲        | ۰/۹۸۶۴ | ۰/۰۴۰۹ | ۱/۲۱۴۸ | GA       |     |
| ۳۵/۶۱۲۴        | ۰/۹۹۹۹ | ۰/۰۱۸۱ | ۱/۲۰۸۶ | PSO      | SSQ |
| ۳۵/۶۱۷۲        | ۱/۰۰۰۰ | ۰/۰۱۰۰ | ۱/۲۰۸۲ | ICA      |     |
| ۲۹/۸۲۲۵        | ۰/۵۶۴۰ | ۰/۰۳۰۲ | ۱/۰۰۰۹ | GA       |     |
| ۲۹/۹۴۰۳        | ۰/۵۶۸۱ | ۰/۰۳۴۵ | ۱/۰۰۰۰ | PSO      | SAD |
| ۲۹/۸۰۲۸        | ۰/۵۶۷۱ | ۰/۰۳۴۵ | ۱/۰۰۰۰ | ICA      |     |

شکل ۵ هیدروگراف ورودی و خروجی مربوط به سیلاب اول را در کنار هیدروگراف روندیابی شده توسط سه روش براساس در نظر گرفتن تابع هدف SSQ نشان می‌دهد. در این شکل عملکرد مناسب الگوریتم‌های فراکاوشی مشاهده می‌شود به نحوی که تمام روش‌ها از نظر ظاهری مشابه هستند. شکل ۶ نیز تمام موارد گفته شده برای شکل ۵ را در نظر می‌گیرد با این تفاوت که نتایج براساس تابع هدف SAD به دست آمده است. نتایج مشابهی برای واقع سیلاب دوم نیز در شکل‌های ۷ و ۸ مشاهده می‌شود. با توجه به شکل‌ها به نظر می‌رسد که عملکرد روش‌ها تفاوت معنی‌داری ندارند ولی اگر از نظر عددی برتری‌ها را بررسی نماییم، روش ICA (بر مبنای تابع هدف) بهتر از روش‌های دیگر بوده است. این برتری‌های هرچند جزئی در سیلاب‌های بزرگ اهمیت ویژه‌ای پیدا می‌کند و در این شرایط حتی یک درصد بهبود عملکرد نتایج مثبت فراوانی به همراه دارد.

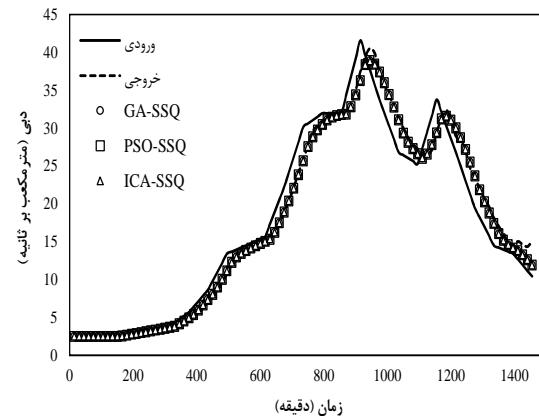
در مورد سیلاب دوم تابع هدف SSQ حاصل از ICA برابر ۲/۲۰۸۴ و برای GA و PSO به ترتیب برابر ۲/۴۲۶۴ و ۲/۲۳۰۷ به دست آمده است. در مورد این سیلاب و براساس الگوریتم ICA ۹ درصد جواب حاصل از GA و ۱ درصد جواب حاصل از PSO را بهبود بخشیده است. مقدار تابع هدف

سیلاب در نظر گرفته شده، روندیابی صورت گرفت. از آنجا که ماهیت الگوریتم‌های فراکاوشی تصادفی است هر الگوریتم ۱۰ بار اجرا شد و بهترین عملکرد هر الگوریتم در این ۱۰ اجرا به عنوان معیار مقایسه در نظر گرفته شد. مقدار SSQ برای سیلاب اول در روش ICA برابر ۳۵/۶۱۷۲ و در روش GA و PSO به ترتیب برابر ۳۵/۵۴۹۲ و ۳۵/۶۱۲۴ به دست آمده است، بنابراین براساس این معیار GA با اندکی اختلاف بهتر از دو الگوریتم دیگر عمل کرده است. مقدار تابع هدف SAD مربوط به این سیل به ترتیب برای الگوریتم‌های ICA، GA و PSO برابر ۲۹/۹۴۰۳، ۲۹/۸۲۲۵ و ۲۹/۸۰۲۸ بوده است. براساس معیار ICA، SAD در رتبه نخست و GA و PSO در رتبه دوم و سوم قرار می‌گیرند.

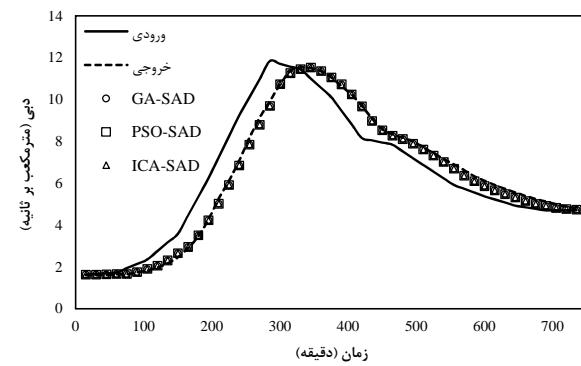
جدول ۶ خلاصه نتایج حاصل از تخمین پارامترهای مدل غیرخطی ماسکینگام توسط این سه الگوریتم را نشان می‌دهد. با توجه به جدول ۶ براساس تابع هدف SAD پارامتر m تقریباً برابر ۱ به دست آمده است؛ که نشان می‌دهد براساس این تابع هدف رابطه بین  $[X_{t+1} - X_t] = (S_t - O_t)$  است؛ بنابراین استفاده از روش ماسکینگام خطی براساس این تابع، می‌تواند نتایج مشابه‌ای را گزارش نماید. شکل ۵ و ۶ هیدروگراف‌های مشاهداتی و روندیابی شده را نشان می‌دهند.



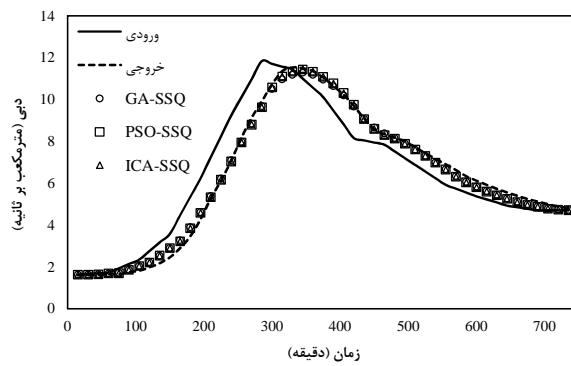
شکل ۶. هیدروگراف ورودی، خروجی و روندیابی شده سیلان اول براساس SAD



شکل ۵. هیدروگراف ورودی، خروجی و روندیابی شده سیلان اول براساس SSQ



شکل ۸. هیدروگراف ورودی، خروجی و روندیابی شده سیلان دوم براساس SAD



شکل ۷. هیدروگراف ورودی، خروجی و روندیابی شده سیلان دوم براساس SSQ

## نتیجه‌گیری

استفاده از روش‌های مختلف بهینه‌سازی به منظور یافتن پارامترهای مناسب مدل غیرخطی ماسکینگام یکی از مسائلی است که توجه پژوهشگران زیادی را به خود جلب کرده است. در این راستا در تحقیق حاضر کارایی الگوریتم ICA در بهینه‌سازی سه پارامتر  $K$ ,  $X$  و  $m$  که برای استفاده از روش ماسکینگام غیرخطی در روندیابی سیلان لازم است پرداخته شد. به منظور در دست بودن مبنای استاندارد برای مقایسه عملکرد ICA نسبت به سایر الگوریتم‌های فراکاوشی در ابتدا سیل ویلسون به عنوان مطالعه موردنظر در نظر گرفته شد. در این سیل کهتابع هدف به صورت SSQ در نظر گرفته شد، ICA

SAD برای روش ICA برابر  $6/3455$  و برای GA و PSO به ترتیب برابر  $6/3507$  و  $6/3558$  به دست آمده است. براین مبنای سه الگوریتم عملکرد تقریباً مشابهی داشته‌اند اما هرچند جزئی ICA بهتر از دو الگوریتم دیگر عمل کرده است. خلاصه نتایج مربوطه در جدول ۷ نشان داده شده است، در این سیلان نیز بر مبنای تابع هدف SAD مقدار توان رابطه غیرخطی ماسکینگام برابر  $m=1$  به دست آمده است که عملاً مدل غیرخطی ماسکینگام را به مدل خطی تبدیل می‌کند. شکل ۷ و ۸ هیدروگراف‌های ورودی، خروجی و روندیابی شده مربوط به این سیلان را نشان می‌دهد.

جدول ۷. خلاصه نتاج مربوط به مدل غیرخطی ماسکینگام برای سیلاب دوم رودخانه دوآب صمصاصی

| هدف تابع مقدار | K      | X      | m      | الگوریتم |     |
|----------------|--------|--------|--------|----------|-----|
| ۲/۴۲۶۴         | ۰/۹۹۹۸ | ۰/۰۱۰۲ | ۱/۳۰۳۱ | GA       |     |
| ۲/۲۳۰۷         | ۰/۹۸۶۳ | ۰/۰۰۶۱ | ۱/۳۲۵۲ | PSO      | SSQ |
| ۲/۲۰۸۴         | ۰/۹۹۹۹ | ۰/۰۰۶۶ | ۱/۳۲۰۴ | ICA      |     |
| ۶/۶۵۰۷         | ۰/۶۵۰۹ | ۰/۰۴۲۲ | ۱/۰۰۰۰ | GA       |     |
| ۶/۳۵۵۸         | ۰/۶۴۹۰ | ۰/۰۳۸۹ | ۱/۰۰۰۰ | PSO      | SAD |
| ۶/۳۴۵۵         | ۰/۶۴۸۴ | ۰/۰۳۶۹ | ۱/۰۰۰۰ | ICA      |     |

دادسته است. در مورد سیلاب دوم تابع هدف SSQ برای ICA و PSO به ترتیب برابر ۲/۲۳۰۷، ۲/۴۲۶۴، ۲/۲۰۸۴ و ۶/۳۴۵۵ است. در این سیلاب مقدار تابع هدف SAD به دست آمده است. در این سیلاب حاصل از ICA برابر ۶/۳۴۵۵ و برای GA و PSO به ترتیب برابر ۶/۳۵۰۷ و ۶/۳۵۵۸ به دست آمده است. در این سیلاب براساس SSQ و SAD الگوریتم ICA بهترین عملکرد را داشته است. با توجه به نتایج حاصل مشخص شد که نه تنها الگوریتم ICA توانایی رقابت با الگوریتم فراکاوشی شناخته شده نظریer PSO و GA را دارد بلکه به عنوان یک روش کارا می‌تواند، جایگزین این روش‌ها گردد.

مقدار تابع هدف را نسبت به GA، ۳/۸ درصد و نسبت به PSO ۰/۳۲ درصد بهبود بخشد.

پس از سیل ویلسون به بررسی دو مطالعه موردی واقعی که مربوط به دو واقعه سیلاب در رودخانه دوآب صمصاصی بود پرداخته شد. در مورد سیلاب اول براساس تابع هدف SSQ با مقدار تابع هدف ۳۵/۵۴۹۲ بهترین عملکرد را از خود نشان داد. در این مورد مقدار تابع هدف حاصل از ICA برابر ۳۵/۶۱۲۴ بوده و تابع هدف PSO، برابر ۳۵/۶۱۷۷ به دست آمده است. مقدار تابع هدف SAD مربوط به این سیل به ترتیب برای الگوریتم‌های ICA، GA و PSO برابر ۲۹/۸۲۲۵، ۲۹/۸۰۲۸ و ۲۹/۹۴۰۳ بوده است. براساس ICA بهترین عملکرد را

### منابع مورد استفاده

۱. محمدی قلعه‌نی، م. و ک. ابراهیمی. ۱۳۹۱. ارزیابی الگوریتم‌های جستجوی مستقیم و ژنتیک در بهینه‌سازی پارامترهای مدل غیرخطی ماسکینگام- یک سیلاب از رودخانه کارون. مجله مدیریت آب و آبیاری ۲(۲): ۱-۱۲.
۲. محمدی قلعه‌نی، م.، ا. بزرگ‌حداد و ک. ابراهیمی. ۱۳۸۹. بهینه‌سازی پارامترهای مدل غیرخطی ماسکینگام با استفاده از الگوریتم بهینه‌سازی نورد شبیه‌سازی شده. نشریه آب و خاک ۲۴(۵): ۹۰۸-۹۱۹.
۳. عروجی، ح.، ا. بزرگ‌حداد و ا. فلاح‌پور مهدی‌پور. ۱۳۹۲. الگوریتم بهینه‌سازی جهش قورباغه در تخمین ضرایب مدل روندیابی سیلاب. مجله پژوهش آب ایران ۱۳(۷): ۱۶۴-۱۷۴.
4. Ouyang, A., L. Liu and K. Li. 2014. GPU-based variation of parallel invasive weed optimization algorithm for 1000D functions. Natural Computation (ICNC). 10<sup>th</sup> International Conference. 19-21 August. Xiamen.
5. Atashpaz-Gargari, E. and C. Lucas. 2007. Imperialist competitive algorithm: an algorithm for optimization inspired by imperialistic competition. In Evolutionary Computation. IEEE Congress. 25-28 September, Singapour.
6. Bozorg-Haddad, O., F. Hamed, E. Fallah-Mehdipour, H. Orouji and M. A. Mariño. 2015. Application of a Hybrid Optimization Method in Muskingum Parameter Estimation. J. Irrigation and Drainage Engineering. 140: 15-26.
7. Chen, J. and X. Yang. 2007. Optimal parameter estimation for Muskingum model based on Gray-encoded accelerating genetic algorithm. J. Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation 12:849-858.

8. Chu, H. J. and L. C. Chang . 2009. Applying particle swarm optimization to parameter estimation of the nonlinear Muskingum model. *J. Hydrologic Engineering* 14: 1024-1027.
9. Das, A. 2004. Parameter estimation for Muskingum models. *J. Irrigation and Drainage Engineering* 130: 140-147.
10. Geem, Z. W. 2006. Parameter estimation for the nonlinear Muskingum model using the BFGS technique. *J. Irrigation and Drainage Engineering* 132: 474-478.
11. Gill, M. A. 1978. Flood routing by Muskingum method. *J. Hydrology*. 36:353-363.
12. Karahan, H., G. Gurarslan and Z. W. Geem. 2012. Parameter estimation of the nonlinear Muskingum flood-routing model using a hybrid harmony search algorithm. *J. Hydrologic Engineering* 18: 352-360.
13. Kim, J. H., Z. W. Geem and E. S. Kim. 2001. Parameter Estimation of the Nonlinear Muskingum Model using Harmony Search, *J. The American Water Resources Association* 37:1131-1138.
14. McCarthy, G. T. 1983. The unit hydrograph and flood routing. In Proceedings of the Conference of North Atlantic Division. 24-26 June. United States.
15. Mohan, S. 1997. Parameter Estimation of Nonlinear Muskingum Models using Genetic Algorithm. *J. Hydraulic Engineering ASCE* 123:137-142.
16. Orouji, H., O. B. Haddad, E. Fallah-Mehdipour and M. A. Mariño. 2012. Flood routing in branched river by genetic programming.
17. Xu, D. M., L. Qiu and S. Y. Chen. 2011. Estimation of nonlinear Muskingum model parameter using differential evolution. *J. Hydrologic Engineering* 17:348-353.
18. Yoon, J. and G. Padmanabhan. 1993. Parameter Estimation of Linear and Nonlinear Muskingum Models. *J. Water Resources Planning and Management* 119: 600-610.
19. Holland, J. H. 1975. Adaptation in Natural and Artificial Systems. Ann Arbor, MI: University of Michigan Press.
20. Kennedy, J. and R. Eberhart. 1995. Particle Swarm Optimization. In Proceedings of IEEE international conference on neural networks. 27 November-1December. Perth.