

## کارایی هشت مدل ریاضی در توصیف اندازه ذرات در برخی خاک‌های استان چهارمحال و بختیاری

الهام نبی‌زاده\* و حبیب الله بیگی هرچگانی<sup>۱</sup>

(تاریخ دریافت: ۱۳۸۸/۸/۲؛ تاریخ پذیرش: ۱۳۹۰/۹/۲۱)

### چکیده

انتخاب مناسب‌ترین مدل توزیع اندازه ذرات خاک (PSD) به منظور تخمین دقیق‌تر خواص رطوبتی و هیدرولیکی خاک حائز اهمیت است. در این ارتباط تاکنون، انواع مختلفی از مدل‌های ریاضی PSD ارائه شده است. هدف از این پژوهش مقایسه برآزش هشت مدل PSD (فردلاند، گمپرتز، ون‌گنوختن، جیکی، لگاریتمی، نمایی، لگاریتمی-نمایی و فراکتال) به توزیع اندازه ذرات در ۷۱ نمونه خاک از دو شهرستان لردگان و سامان استان چهارمحال و بختیاری است. ضریب تعیین ( $R^2$ ) و معیار آکائیکه ( $AIC$ ) برای مقایسه دقت و کیفیت برآزش مدل‌های PSD به داده‌های آزمایشگاهی مورد استفاده قرار گرفتند. نتایج نشان دادند که مدل فردلاند، بهترین مدل برای توصیف PSD در کلاس‌های بافت لوم سیلتی، لوم رس سیلتی، رس سیلتی و لوم شنی است. سه مدل فراکتال، نمایی و لگاریتمی-نمایی که در کلاس‌های بافت لوم سیلتی، لوم رس سیلتی و رس سیلتی ضعیف‌ترین برآزش را داشتند، ولی بهترین برآزش را برای بافت لوم شنی نشان دادند. برآزش دو مدل فردلاند و گمپرتز در توصیف PSD با بالا رفتن درصد رس و سیلت نمونه‌های خاک (به ترتیب از ۲۵ و ۴۰ درصد) بهبود یافت، برآزش سه مدل فراکتال، نمایی و لگاریتمی-نمایی با افزایش مقدار شن افزایش یافت. رابطه معکوسی بین برآزش مدل فراکتالی با مقدار سیلت نمونه‌های خاک دیده شد.

واژه‌های کلیدی: توزیع اندازه ذرات خاک، مدل‌های توصیف PSD، مدل فردلاند، بافت خاک

۱. به ترتیب دانشجوی سابق کارشناسی ارشد و استادیار علوم خاک، دانشکده کشاورزی، دانشگاه شهرکرد

\*: مسئول مکاتبات، پست الکترونیکی: elham.nabizadeh@gmail.com

## مقدمه

توزیع اندازه ذرات خاک (PSD) (Particle Size Distribution) یکی از مهم‌ترین صفات فیزیکی و اساسی خاک‌های معدنی است (۲ و ۱۷). از این خصوصیت می‌توان برای پیش‌بینی و تخمین خواص هیدرولیکی خاک‌ها مانند منحنی مشخصه رطوبتی خاک و توابع هدایت هیدرولیکی اشباع و غیراشباع سود جست (۱ و ۲۲).

معمولاً، تجزیه مکانیکی اندازه ذرات خاک شامل اندازه‌گیری جرم سه بخش رس، سیلت و شن و تعیین کلاس بافت با استفاده از مثلث بافت خاک است (۷، ۱۴ و ۱۶). ولی نمونه‌هایی که در یک کلاس معین بافت قرار می‌گیرند، ممکن است PSDهای متفاوتی داشته باشند. برای مثال، کلاس بافت رسی در سیستم طبقه‌بندی USDA دربرگیرنده همه نمونه‌های خاک با میزان رس بین ۴۰ تا ۱۰۰ درصد خواهد بود. بنابراین از آنجایی که تعیین درصد یا نسبت سه جزء اصلی خاک (شن، سیلت و رس) اطلاعات کاملی در مورد توزیع اندازه ذرات خاک در اختیار قرار نمی‌دهد (۲ و ۱۶)، از مدل‌های ریاضی مختلف PSD استفاده می‌شود (۱، ۷، ۱۴ و ۱۶).

مدل‌های PSD غالباً به صورت توزیع تجمعی گزارش می‌شوند و تاکنون انواع مختلفی از آنها پیشنهاد شده است (۲ و ۷) که از جمله آنها می‌توان به مدل‌های مبتنی بر منحنی رطوبتی خاک از قبیل دو مدل فردلانند (۴) و ون‌گنوختن (۶)، مدل با توزیع لگاریتمی-نمایی (۱۱)، مدل گمپرتز (۱۰ و ۱۵)، مدل تلاشی (Fragmentation) (۲)، تابع با توزیع ویبول (۱)، مدل‌های مبتنی بر به‌کارگیری ابعاد فراکتال (۱۳)، مدل لگاریتمی (۲۲)، مدل نمایی (۵) و مدل توزیع لوگ‌نرمال اشاره کرد.

بوچان و همکاران (۳) با استفاده از ۷۱ نمونه خاک در منطقه نیوزلند، پنج مدل توزیع لوگ‌نرمال PSD را با هم مقایسه کردند و دریافتند که هر پنج مدل بیش از نود درصد تغییرات PSD خاک‌های مورد آزمایش را توصیف می‌کنند. از بین آنها مدل لوگ‌نرمال پیشنهادی شیوزاوا و کمبل (۱۸) بهترین برازش را داشت.

هوانگ و همکاران (۷) توانایی هفت مدل PSD را با فرضیات مختلف (پنج مدل لوگ‌نرمال، مدل گمپرتز و مدل فردلانند) برای برازش داده‌های آزمایشگاهی PSD در ۱۳۸۷ خاک برگرفته از بانک اطلاعاتی کشور کره ارزیابی کردند. آنها دریافتند که مدل‌های چهار ضریبی فردلانند و همکاران (۴) و تک ضریبی جیکی (۹) به ترتیب بهترین و بدترین برازش را دارند. مدل فردلانند و همکاران (۴) بر اساس دو آماره  $AIC$  و  $R^2$  بهترین برازش را به ویژه برای خاک‌های شن لومی، لوم شنی، لوم رس شنی و خاک‌های لوم رسی داشت.

مدل چهار ضریبی گمپرتز در مجموع در مقایسه با مدل‌های دو یا سه ضریبی لوگ‌نرمال و در مقایسه با مدل تک ضریبی جیکی در کلاس‌های بافت لوم، لوم رسی و رسی برازش ضعیف‌تری را داشت. این یافته، نشان داد که همیشه افزایش تعداد ضریب یک مدل نمی‌تواند باعث برازش بهتر آن شود. مدل چهار ضریبی گمپرتز فقط در خاک‌های شنی و شن لومی در مقایسه با دیگر مدل‌های یک، دو و سه ضریبی برازش بهتری داشت. برای خاک‌های رس سیلتي، رسی و نیز در خاک‌های شنی، اختلاف قابل توجهی در پیش‌بینی مدل‌ها به‌جز در مورد مدل جیکی دیده نشد. بیشترین اختلاف بین مدل‌ها مربوط به جزء سیلت بود که این امر احتمالاً از کمبود داده‌های آزمایشگاهی در این دامنه اندازه‌ای ناشی می‌شد (۷).

هوانگ (۸) هم‌چنین برازش نه مدل PSD را روی خاک‌های کشور کره ارزیابی کرد. مدل‌های انتخابی او شامل مدل‌های اسکگز ۱ و ۲، فراکتال، لگاریتمی، نمایی، لگاریتمی-نمایی، ون‌گنوختن، ویبول و فردلانند بود. مدل فردلانند بر اساس دو معیار  $R^2$  و  $AIC$  (Akaike information critrion) بهترین برازش را داشت و برازش مدل‌های اسکگز ۱ و ۲ (۲۰)، ویبول و ون‌گنوختن نسبتاً خوب بود. مدل‌های لگاریتمی، نمایی، لگاریتمی-نمایی و فراکتال برازش مشابه ولی ضعیفی داشتند. این مدل‌ها کمترین مقادیر  $R^2$  و بیشترین مقادیر  $AIC$  را به خود اختصاص دادند. از این‌رو، این چهار مدل دو ضریبی برای بیان PSD تجمعی خاک‌های کشور کره مناسب تشخیص داده

نشدند.

متوسط از مزارع کشاورزی شهرستان لردگان و ۱۷ نمونه با بافت درشت از خاک‌های منطقه امامیه شهرستان سامان تهیه شد. در آزمایشگاه، درصد وزنی ذرات رس و سیلت با قطرهای ۰/۵۰۱، ۰/۵۰۲، ۰/۵۰۳، ۰/۵۰۱، ۰/۵۰۳، ۰/۵۰۴ میلی‌متر به روش پیپت و درصد وزنی ذرات شن با قطرهای ۰/۲۵، ۰/۵ و ۰/۵ میلی‌متر به روش الک تعیین شدند (۱۹).

با استفاده از تخمین غیر خطی نرم‌افزار آماری STATISTICA 8.0 (StatSoft, Inc. 2007) هشت مدل مختلف PSD به داده‌های توزیع اندازه ذرات خاک برآزش داده شده و بهترین مدل‌ها با استفاده از دو معیار  $R^2$  و  $AIC$  تعیین شدند. ضریب تعیین ( $R^2$ ) برای نشان دادن میزان نسبی دقت برآزش مدل‌های PSD و معیار آکائیکه ( $AIC$ ) برای مقایسه کیفیت برآزش آنها به داده‌های آزمایشگاهی مورد استفاده قرار گرفتند. ضریب تعیین ( $R^2$ ) مدل‌های PSD مستقیماً از استفاده از نرم افزار STATISTICA (StatSoft, Inc. 2007) به دست آمد. معیار  $AIC$  از رابطه زیر محاسبه شد:

$$AIC = N * \left\{ \ln(\gamma\pi) + \ln \left[ \frac{SSE}{(N-p)} \right] + 1 \right\} + p \quad [1]$$

که در آن SSE جمع مربعات خطا، N تعداد داده‌های اندازه‌گیری شده برای هر خاک و p تعداد ضرایب مدل PSD است (۷). جمع مربعات خطا به صورت زیر تعیین شد:

$$SSE = \sum_{i=1}^N (Y_i - Y_p)^2 \quad [2]$$

که در آن  $Y_i$  و  $Y_p$  به ترتیب به جرم تجمعی ذرات اندازه‌گیری شده و تخمین زده شده اشاره می‌کند (۷).

## نتایج و بحث

بعد از اندازه‌گیری فراوانی نسبی اجزای شن، سیلت و رس، کلاس بافت هر یک از نمونه‌های خاک مورد آزمایش تعیین شد. خاک‌ها در سه گروه با بافت درشت، بافت متوسط و بافت ریز قرار گرفتند (۱۷). بافت درشت شامل کلاس‌های لوم شنی (۱۴ نمونه) و شن لومی (۱ نمونه)، بافت متوسط شامل کلاس‌های سیلت (۵ نمونه)، لوم سیلتی (۲۴ نمونه)،

هوانگ (۸) با علم بر این‌که هر مدل PSD در چندین نمونه از هر کلاس بافت دارای کمترین مقدار  $AIC$  یا بهترین برآزش است، اثر بافت خاک را روی مدل‌های PSD بررسی کرد. او متوجه شد که مدل‌هایی که در توصیف PSD مجموعه خاک‌ها برآزش خوبی داشته‌اند لزوماً در کلاس دیگر بافت مناسب نخواهند بود. در اکثر کلاس‌های بافت، مدل‌های لگاریتمی، نمایی، لگاریتمی-نمایی، فراکتال و ون‌گنوختن ضعیف‌ترین برآزش را داشتند. مدل فردلاندر کلاس‌های بافت رسی، لوم رس، لوم شنی، شن لومی، لوم شنی رسی و رس سیلتی و مدل‌های اسکگزر ۱ و ۲ در کلاس‌های بافت شنی، لوم سیلتی و لوم رس سیلتی بهترین برآزش را داشتند. هوانگ (۸) چنین نتیجه گرفت که از مدل‌های اسکگزر و فردلاندر می‌توان برای توصیف PSD خاک‌ها استفاده کرد.

به نظر می‌رسد که برآزش مدل‌ها تا اندازه‌ای به درصد اجزای بافت خاک (شن، سیلت و رس) بستگی داشته باشد (۷ و ۸). برآزش بیشتر مدل‌ها به جز مدل ون‌گنوختن با افزایش مقدار رس بهبود یافت و در رس بیشتر از ۶۰ درصد شبیه به هم بودند. مدل ون‌گنوختن در خاک‌های دارای رس زیاد (>۵۰٪) برآزش ضعیفی داشت، بنابراین نباید از آن برای توصیف PSD خاک‌های دارای رس بیشتر از ۵۰ درصد استفاده کرد (۷ و ۸).

تاکنون مطالعاتی که در آنها برآزش مدل‌های مختلف PSD با هم مقایسه شده باشد، به‌خصوص در ایران، انجام نشده است و به نظر می‌رسد به غیر از چند مطالعه هوانگ، منابع دیگری در اختیار نباشد. هدف از این پژوهش تعیین بهترین مدل PSD از بین هشت مدل مورد مطالعه (جدول ۱) و بررسی اثر محدوده تغییرات سه جزء شن، سیلت و رس بر برآزش آنها در بافت‌های متنوع در استان چهارمحال و بختیاری است.

## مواد و روش‌ها

از ۷۱ نمونه خاک مورد مطالعه، ۵۴ نمونه خاک با بافت ریز و

جدول ۱. هشت مدل ریاضی توزیع اندازه ذرات خاک (PSD) که در این تحقیق به کار رفته است.

نام مدل	تابع	ضرایب مدل
فردلانند، F (۴)	$F(d) = \frac{1}{\left\{ \ln \left[ \exp(1) + \left( \frac{\alpha}{d} \right)^n \right] \right\}^m} \left\{ 1 - \frac{\left[ \ln \left( 1 + \frac{d_f}{d} \right) \right]^v}{\ln \left( 1 + \frac{d_f}{d_m} \right)} \right\}$	$\alpha, n, m, d_f$ ( $d_m = 0/001$ )
گمپرتز، G (۱۵)	$F(d) = \alpha + \gamma \exp \left\{ -\exp \left[ -\beta (d - \mu) \right] \right\}$	$\alpha, \beta (< 0), \gamma, \mu$
ون گنوختن، VG (۶)	$F(d) = \left[ 1 + (d_g/d)^n \right]^{-m}, m = 1 - 1/n$	$d_g, n$
جیکی، J (۹)	$F(d) = \exp \left\{ 1 - \frac{1}{p^v} \left[ \ln \left( \frac{d}{d_0} \right) \right]^v \right\}$	$d_0 = 2mm, p$
لگاریتمی، L (۲۲)	$F(d) = a \ln d + b$	$a, b$
نمایی، E (۵)	$F(d) = cd^{-\beta}$	$c, \beta$
لگاریتمی-نمایی، LE (۱۱)	$F(d) = A \exp(B \log d)$	$A, B$
فراکتال، FR (۱۲)	$F(d) = \exp \left\{ \ln c + \left( \frac{3R^2 - 13R + 14}{R^2 - 5R + 4} + 1 \right) \ln d \right\}$	$c, R$

آنجایی که برای برآزش مدل گمپرتز از لگاریتم قطر ذرات استفاده شد، این مدل در شکل ۱ وجود ندارد.

همان‌طور که در شکل ۱ دیده می‌شود، در دو کلاس بافت لوم سیلتی و رس سیلتی روند مشابهی وجود دارد به‌طوری‌که دو مدل فردلانند و ون گنوختن بیشترین تطابق را با داده‌های آزمایشگاهی دارند و برآزش سه مدل دو ضریبی فراکتال، نمایی و لگاریتمی-نمایی ضعیف و دقیقاً مشابه با یکدیگر بوده است. برآزش سه مدل فراکتال، نمایی و لگاریتمی-نمایی در کلاس بافت لوم شنی بهبود یافته و به دو مدل فردلانند و ون گنوختن نزدیک شده است. نکته قابل توجه این است که در هر سه کلاس بافت و به‌طور کلی در همه نمونه‌های خاک برآزش سه

لوم (۳ نمونه)، لوم رس سیلتی (۹ نمونه) و لوم رسی (۱ نمونه) و بافت ریز شامل کلاس‌های رس سیلتی (۱۳ نمونه) و رس شنی (۱ نمونه) است. تعداد و برخی از ویژگی‌های کلاس‌های بافت مختلف در جدول ۲ آورده شده است.

#### تعیین بهترین مدل PSD در نمونه‌های خاک مورد مطالعه

برای مقایسه برآزش مدل‌های مختلف PSD با داده‌های آزمایشگاهی، به ترتیب سه نمونه با کلاس بافت لوم شنی، لوم سیلتی و رس سیلتی به عنوان نماینده سه گروه بافتی درشت، متوسط و ریز استفاده شدند (شکل ۱). لازم به ذکر است که از

جدول ۲. میانگین اجزای سه گانه بافت در سه گروه بافتی در نمونه‌های خاک مورد مطالعه

% سیلت			% رس			% شن			کلاس بافت*	تعداد نمونه	گروه بافت
میانگین	حداقل	حداکثر	میانگین	حداقل	حداکثر	میانگین	حداقل	حداکثر			
۳۳	۱۲	۲۰	۲۰	۵	۱۴	۷۵	۶۰	۶۶	SL	۱۴	بافت سبک
-	-	۱۴	-	-	۵	-	-	۸۰	LS	۱	
۷۹	۵۲	۶۶	۲۷	۴	۱۶	۳۷	۷	۱۷	SiL	۲۴	بافت متوسط
۸۶	۸۰	۸۳	۱۱	۱	۵	۱۸	۹	۱۲	Si	۵	
۴۶	۳۰	۳۷	۲۶	۲۰	۲۳	۴۹	۳۱	۴۰	L	۳	
۶۰	۴۵	۵۶	۳۹	۲۷	۳۳	۱۹	۶	۱۱	SiCL	۹	
-	-	۴۰	-	-	۳۰	-	-	۳۰	CL	۱	
۵۲	۴۰	۴۷	۵۵	۴۰	۴۵	۱۱	۴	۸	SiC	۱۳	بافت ریز
-	-	۱۳	-	-	۳۶	-	-	۵۱	SC	۱	

اجزای سه گانه بافت به نزدیک‌ترین عدد صحیح گرد شده‌اند.

SL: Sandy loam, LS: Loamy sand, SiL: Silty loam, Si: Silty, L: Loamy, SiCL: Silty clay Loam, CL: Clay loam, SiC: Silty clay, SC: Sandy clay.

می‌دهد برای توصیف PSD تجمعی خاک‌های مورد مطالعه مناسب نیستند. برازش سه مدل دو ضریبی فراکتال، نمایی و لگاریتمی - نمایی کمتر از مدل یک ضریبی جیکی بود. این موضوع نشان می‌دهد که افزایش تعداد ضرایب یک مدل لزوماً مترادف با بهبود برازش آن مدل نیست (۸). نتایج آماره  $AIC$  به نتایج حاصله از  $R^2$  شباهت داشتند. بر اساس این معیار، مدلی که دارای مقدار  $AIC$  کمتری است، به عنوان مدل برتر شناخته می‌شود (۸). اگرچه، معیار  $AIC$  برای تعداد پارامتر بیشتر جریمه‌ای اعمال می‌کند ولی با این حال، باز هم مدل فردلاند بهترین برازش را داشت. بر اساس این معیار برازش مدل‌های جیکی و لگاریتمی و برازش مدل‌های فراکتال، نمایی و لگاریتمی - نمایی شبیه به یکدیگر بودند و مدل‌های فراکتال، نمایی و لگاریتمی - نمایی ضعیف‌ترین برازش را داشتند (شکل ۳).

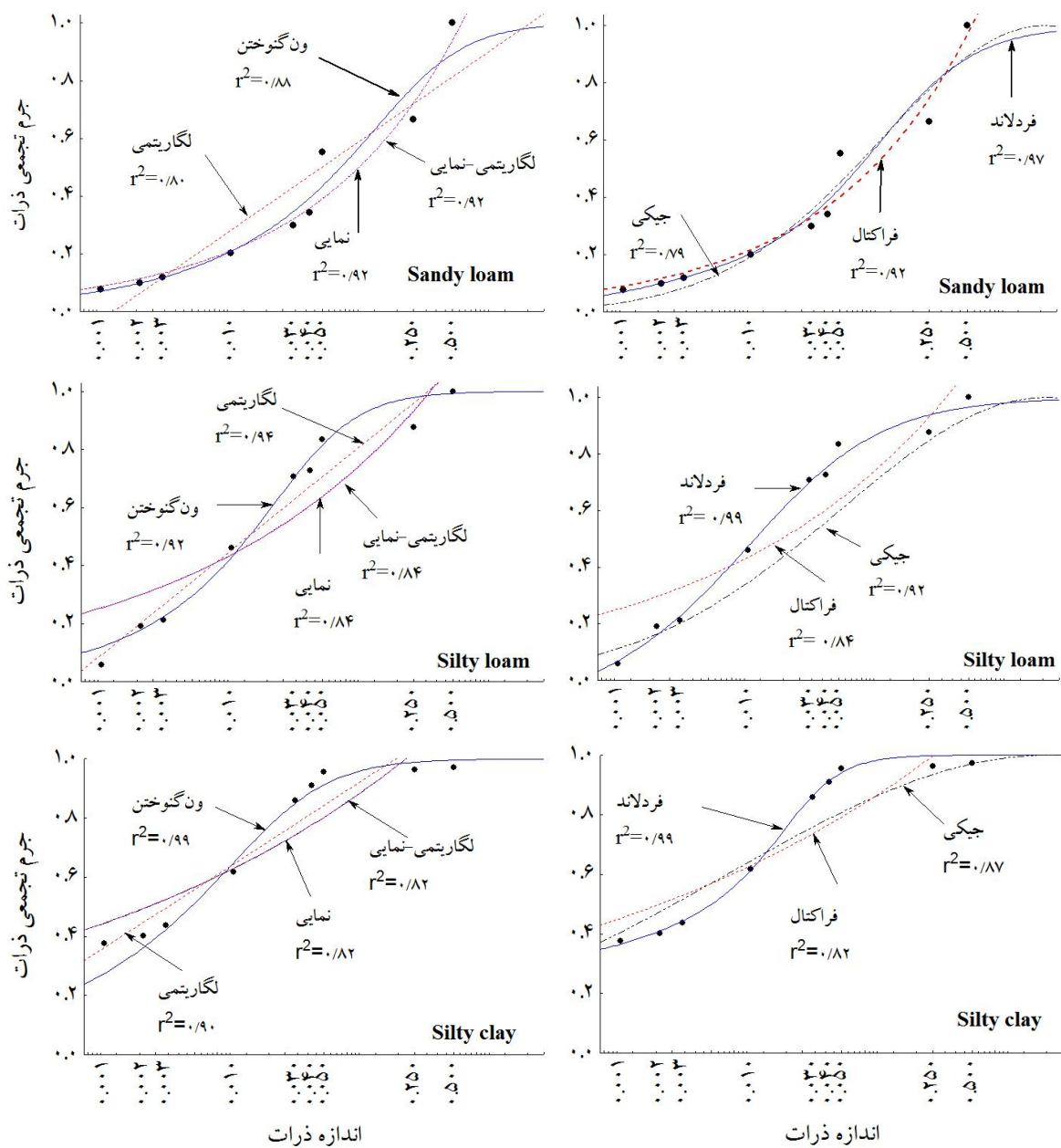
#### برازش مدل‌های PSD در کلاس‌های مختلف بافت

نمودارهای جعبه‌ای  $R^2$  مدل‌های PSD در چهار کلاس بافت لوم سیلتی، لوم رس سیلتی، رس سیلتی و لوم شنی در شکل ۴

مدل فراکتال، نمایی و لگاریتمی - نمایی یکسان و منحنی برازش آنها منطبق بر یکدیگر بود.

از برازش مدل‌های مختلف PSD به ۷۱ نمونه خاک مورد مطالعه، مقادیر  $R^2$  بین ۰/۷۴۰ تا ۱/۰۰۰ حاصل شد (شکل ۲). در شکل ۲ ویژگی‌های آماری ضریب تعیین در قالب نمودارهای جعبه‌ای داده شده است. در این نمودارها مرکز با میانه، بالا و پایین جعبه با چارک اول و سوم (۲۵٪ و ۷۵٪) و دهک‌های اول و نهم (۱۰٪ و ۹۰٪) نشان داده شده است. لازم به ذکر است که هر چه طول جعبه‌ها (فاصله بین چارک اول و سوم) و طول میله‌های خطا (فاصله بین دهک اول و دهک نهم) کوتاه‌تر باشد، پراکندگی ضریب تعیین کمتر و در نتیجه برآورد بهتر است.

بیشترین  $R^2$  ها به مدل چهار ضریبی فردلاند و سپس به دو مدل گمپرتز و ون گنوختن متعلق بود. ضمناً همین مدل‌ها به ویژه مدل فردلاند کمترین تغییرات  $R^2$  را هم نشان دادند. چهار مدل دو ضریبی فراکتال، نمایی، لگاریتمی - نمایی و لگاریتمی کمترین  $R^2$  ها و بیشترین پراکندگی  $R^2$  را داشتند که نشان

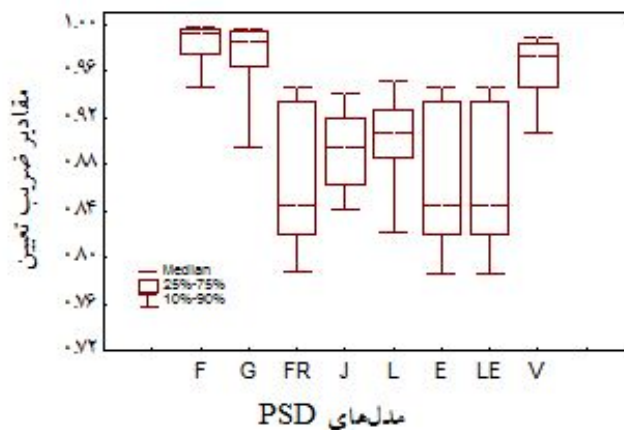


شکل ۱. مقایسه برازش هفت مدل PSD برای سه نمونه خاک با کلاس بافت Sandy loam، Silty loam و Silty clay. دایره‌های توپر کوچک نشان دهنده داده‌های آزمایشی هستند.

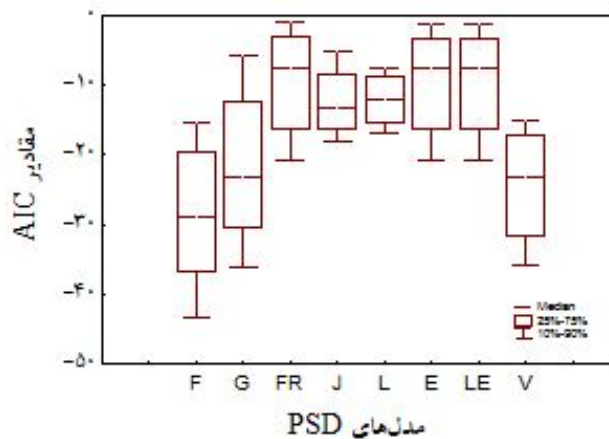
برازش بهتری دارد.

برازش مدل‌ها در کلاس بافت لوم شنی در مقایسه با سایر کلاس‌های بافتی و نیز کل خاک‌ها متفاوت است. در حالی که برازش سه مدل فردلاند، ون گنوختن و گمپرتز در این کلاس بافت اندکی ضعیف‌تر شد (در هر حال مقادیر آماره  $R^2$  دو

آورده شده‌اند. بر اساس آماره  $R^2$ ، در کلاس‌های بافت لوم سیلتی، لوم رس سیلتی، رس سیلتی سه مدل فردلاند، گمپرتز و ون گنوختن بالاترین برازش با کمترین تغییرات در  $R^2$  را دارند. مدل لگاریتمی بعد از آنها قرار گرفته و مدل یک ضریبی جیکی از سه مدل دو ضریبی فراکتال، نمایی و لگاریتمی-نمایی



شکل ۲. نمودارهای جعبه‌ای ضرایب تعیین در ۷۱ خاک مورد مطالعه. (F = مدل فردلاند، G = مدل گمپرتز، FR = مدل فراکتال، J = مدل جیکی، L = مدل لگاریتمی، E = مدل نمایی، LE = مدل لگاریتمی-نمایی و V = مدل ون‌گنوختن)

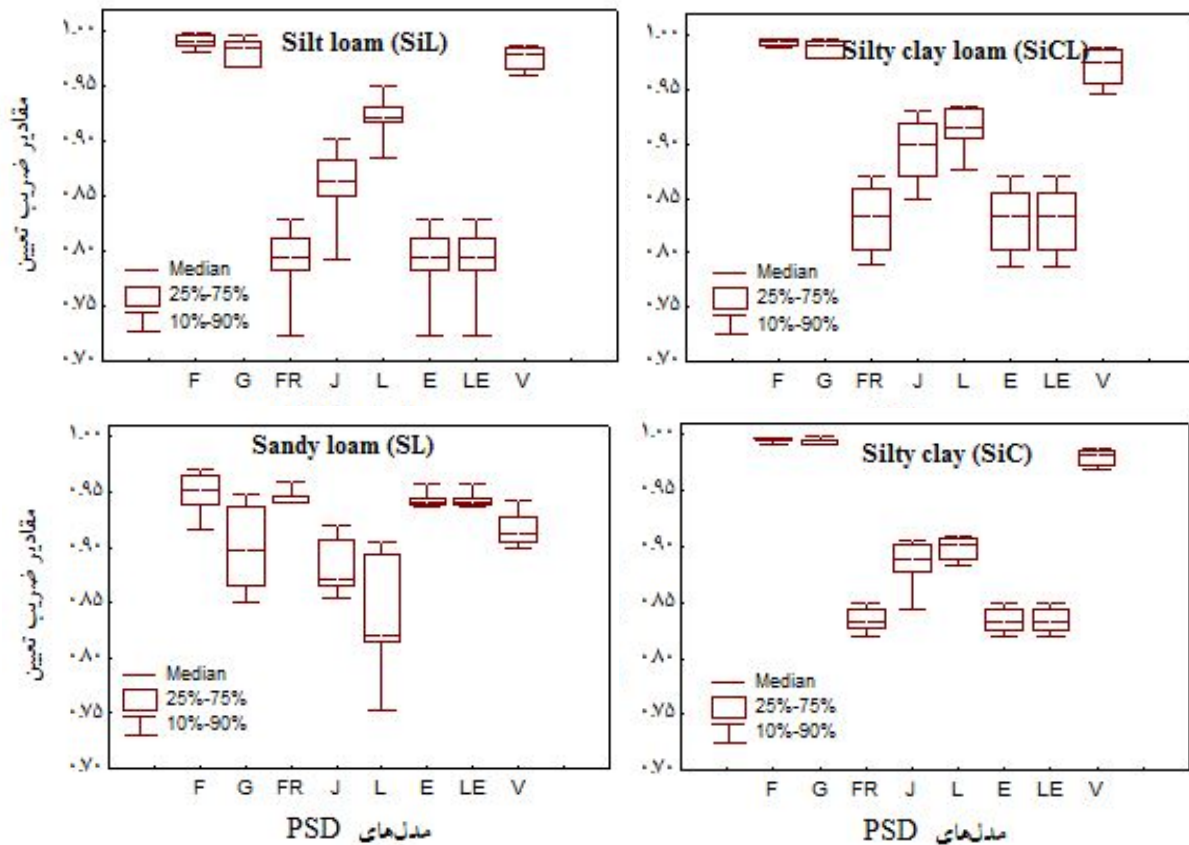


شکل ۳. نمودارهای جعبه‌ای مقادیر AIC در ۷۱ خاک مورد مطالعه. (F = مدل فردلاند، G = مدل گمپرتز، FR = مدل فراکتال، J = مدل جیکی، L = مدل لگاریتمی، E = مدل نمایی، LE = مدل لگاریتمی-نمایی و V = مدل ون‌گنوختن)

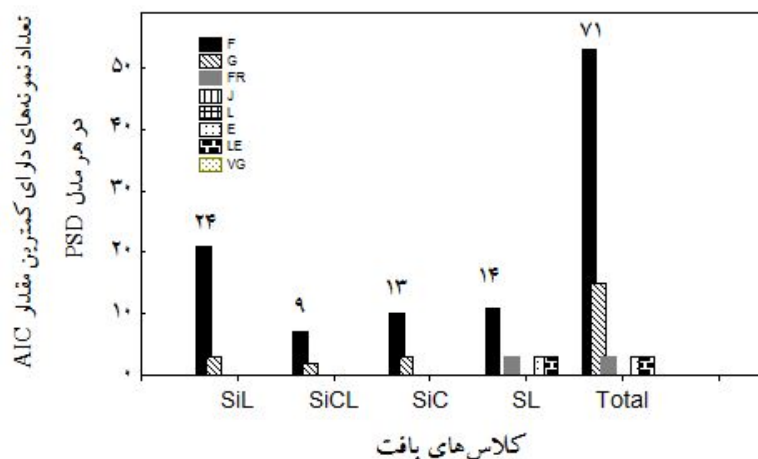
فردلاند یکی از بهترین مدل‌ها بوده و برازش مدل ون‌گنوختن از مدل چهار ضریبی گمپرتز بیشتر شده است. بررسی AIC هم نشان می‌دهد که برازش یک مدل PSD در کلاس‌های بافت مختلف ممکن است متفاوت باشد (شکل ۵). این شکل نشان می‌دهد که هر مدل PSD در چند نمونه از هر کلاس بافت دارای بهترین برازش (دارای کمترین مقدار AIC) است (۸).

مدل‌های فراکتال، جیکی، لگاریتمی، نمایی، لگاریتمی-نمایی و ون‌گنوختن در سه کلاس بافت لوم سیلتی، لوم رس

مدل فردلاند و ون‌گنوختن بیشتر از ۹۰٪ است)، برازش مدل‌های فراکتال، نمایی و لگاریتمی-نمایی که در سه کلاس بافت دیگر برازش خوبی نداشتند، بهبود یافت و این مدل‌ها به یکی از بهترین مدل‌ها در این کلاس بافت تبدیل شدند. مدل لگاریتمی که در کلاس‌های دیگر بافت برازش نسبتاً قابل قبولی داشت، بدترین برازش را دارد. در این کلاس بافت نسبت به کلاس‌های دیگر بافت میزان تغییرات  $R^2$  در مدل فردلاند تا حدی افزایش و در سه مدل فراکتال، نمایی و لگاریتمی-نمایی به صورت محسوسی کاهش یافت. در این کلاس بافت، مدل



شکل ۴. نمودارهای جعبه‌ای ضرایب تعیین هشت مدل PSD مورد مطالعه در چهار کلاس بافت SiC، SiCL، SiL و SL. (F = مدل فردلاند، G = مدل گمپرتز، FR = مدل فراکتال، J = مدل جیکی، L = مدل لگاریتمی، E = مدل نمایی، LE = مدل لگاریتمی-نمایی و V = مدل ون گنوختن)



شکل ۵. تعداد نمونه‌هایی از هر مدل PSD که نسبت به سایر مدل‌ها در کلاس‌های بافت نشان داده شده دارای کمترین مقدار AIC هستند. اعداد بالای هر ستون نشان دهنده تعداد نمونه‌های هر کلاس بافت است. (G = مدل گمپرتز، FR = مدل فراکتال، J = مدل جیکی، L = مدل لگاریتمی، E = مدل نمایی، LE = مدل لگاریتمی-نمایی و VG = مدل ون گنوختن)



مدل ون گنوختن ذرات تشکیل دهنده دو جزء رس و سیلت را به خوبی تخمین می زند ولی خطای این مدل در پیش بینی ذرات تشکیل دهنده جزء شن (ذرات با اندازه های ۰/۰۵، ۰/۲۵ و ۰/۵ میلی متری) افزایش می یابد. این یافته بر خلاف نتیجه گیری هوانگ (۸) است که نشان داد خطای مدل ون گنوختن در جزء رس (ذره با اندازه ی ۰/۰۲ میلی متری) نسبتاً زیاد است. احتمالاً دلیل خطای زیاد مدل ون گنوختن در پیش بینی جزء رس در مطالعه ی هوانگ (۸) این است که هوانگ تنها ذره ۰/۰۲ میلی متری جزء رس را اندازه گیری کرد حال آن که در مطالعه حاضر سه جزء ۰/۰۱، ۰/۰۲ و ۰/۰۳ میلی متری اندازه گیری شده است.

ضعیف ترین برازش در اندازه های ۰/۰۱ و ۰/۵ میلی متری به مدل لگاریتمی، در اندازه های ۰/۰۳ و ۰/۲۵ میلی متری به مدل جیکی و در چهار اندازه ی ۰/۰۱، ۰/۰۲، ۰/۰۴ و ۰/۰۵ میلی متری به مدل نمایی (همین طور فراکتال و لگاریتمی-نمایی) مربوط می شود. از آنجایی که مدل های نمایی، فراکتال و لگاریتمی-نمایی دارای بیشترین خطا در چهار اندازه ۰/۰۱، ۰/۰۲، ۰/۰۴ و ۰/۰۵ میلی متری هستند، ضعیف ترین برازش را نسبت به سایر مدل ها دارند.

#### اثر بافت بر برازش مدل های PSD

وابستگی برازش مدل های PSD به درصد رس نمونه های خاک در شکل ۷ نشان داده شده است. در مطالعه حاضر، برازش دو مدل فردلانند و گمپرتز با بالا رفتن درصد رس نمونه های خاک از ۲۵٪ بهبود یافت (شکل ۷). بر خلاف این دو مدل، برازش بقیه مدل ها از جمله مدل ون گنوختن تحت تأثیر درصد رس قرار نگرفت (شکل ۷). هوانگ و همکاران (۷) نشان دادند که برازش اکثر مدل های PSD با افزایش درصد رس نمونه های خاک بهبود یافت. هوانگ (۸) خاطر نشان کرد که دو مدل فردلانند و گمپرتز برازش خوبی و مشابهی در درصد رس بالاتر از ۶۰٪ دارند. ولی برازش مدل ون گنوختن با افزایش رس از مقدار ۵۰٪ کاهش می یابد بنابراین، احتمالاً این مدل

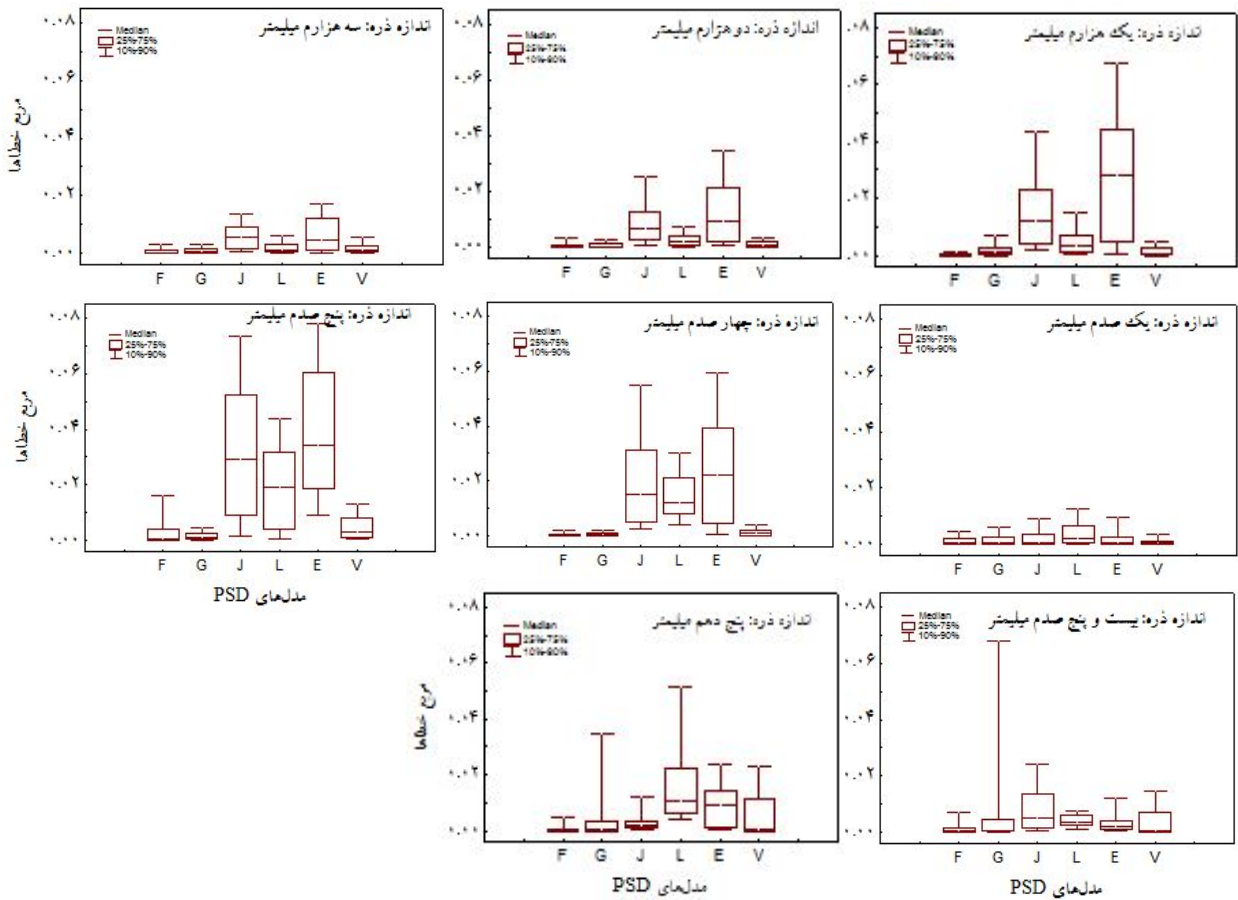
سیلتی و رس سیلتی ضعیف ترین برازش را دارند و بهترین برازش ها تنها به دو مدل فردلانند و گمپرتز مربوط است. همان طور که در شکل ۵ دیده می شود، مدل فردلانند در همه کلاس های بافت نسبت به سایر مدل ها بهترین برازش را به خود اختصاص داده و کمترین مقدار  $AIC$  را در تعداد بیشتری از نمونه های مربوط به هر کلاس بافت دارد. بنابراین مدل فردلانند نسبت به بقیه مدل ها برای توصیف PSD این کلاس های بافت، مدل بهتری است. این نتایج مطابق با نتایج به دست آمده از معیار  $R^2$  است.

مدل گمپرتز که بر اساس دو معیار  $R^2$  و  $AIC$  برازش نسبتاً خوبی داشت (شکل ۲ و ۳)، تعداد اندکی از کمترین مقدار متوسط  $AIC$  را در سه کلاس بافت لوم سیلتی، لوم رس سیلتی و لوم شنی به خود اختصاص می دهد. مدل ون گنوختن نیز در هیچ یک از نمونه های هر یک از کلاس های بافت بهترین برازش را نداشته است. این دو نکته نشان دهنده این واقعیت هستند که همیشه مدل های PSD که در کل نمونه های خاک برازش خوبی داشته اند، مدل های مناسبی برای تک تک کلاس های بافت نیستند (۸).

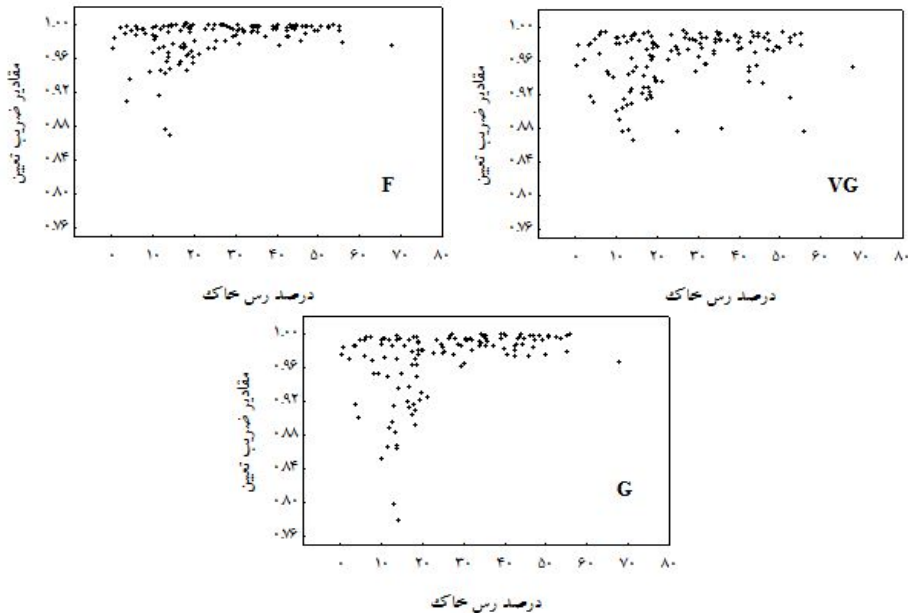
#### مقایسه برازش مدل ها در طول دامنه توزیع اندازه ذرات

برازش مدل های PSD در طول دامنه اندازه ای ذرات هم ممکن است متفاوت باشد. شکل ۶ توزیع مربع خطاهای شش مدل مورد مطالعه را در اندازه های مختلف ذرات نشان می دهد. از آنجایی که برازش دو مدل فراکتال و لگاریتمی-نمایی دقیقاً با هم و با مدل نمایی یکسان بود، در شکل تنها مدل نمایی آورده شده است.

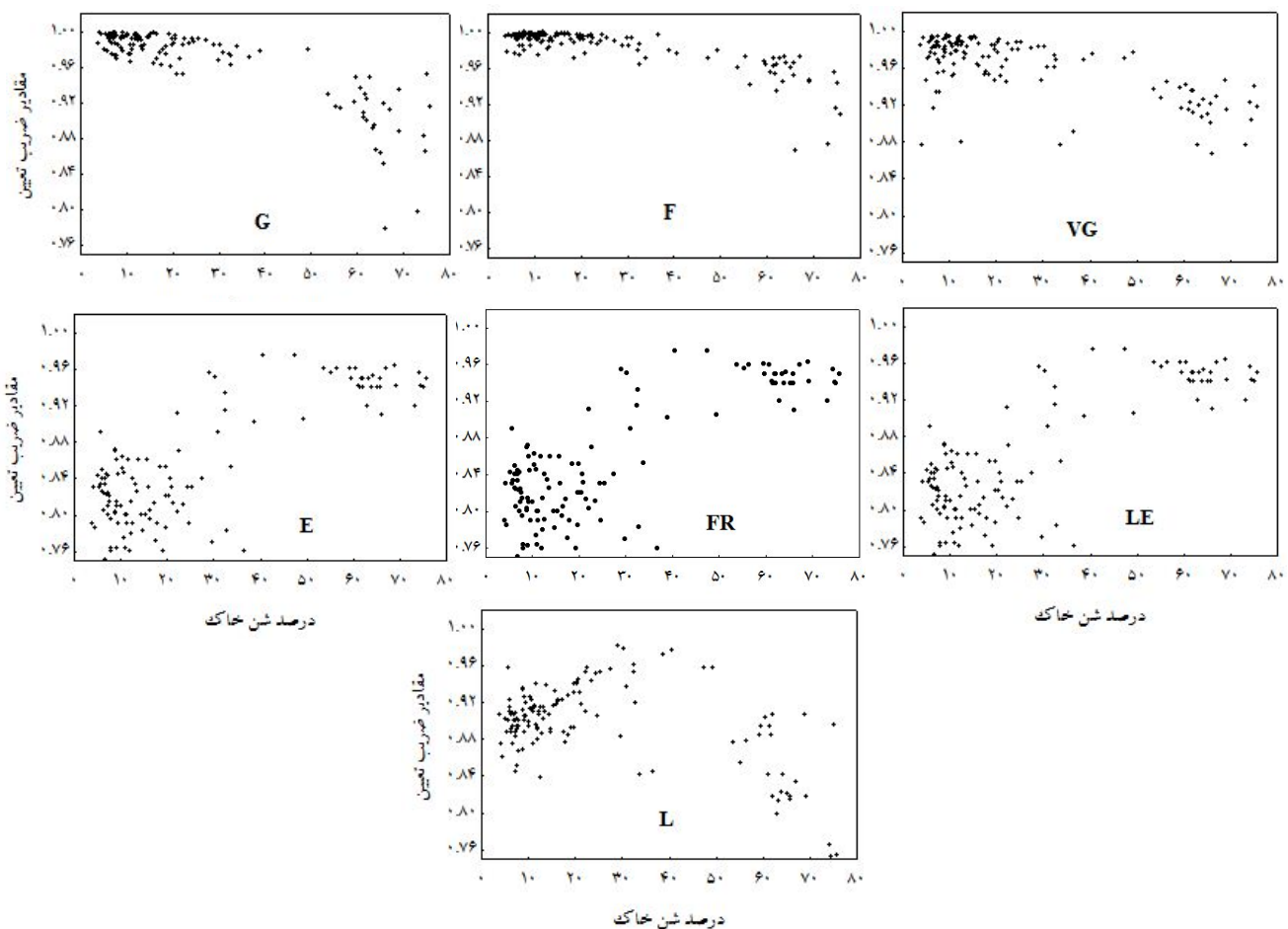
مدل های فردلانند، گمپرتز و ون گنوختن که بر اساس آماره های مختلف در مجموع بهترین بودند، در کلیه قطرهای اندازه گیری شده نیز کمترین خطا را دارند. مدل فردلانند در اندازه های ۰/۰۱، ۰/۰۳، ۰/۰۴، ۰/۲۵ و ۰/۵ میلی متری بهترین برازش را داشت. در اندازه های ۰/۰۲ و ۰/۰۵ میلی متری هم بهترین مدل، مدل گمپرتز بود.



شکل ۶. توزیع مجذور خطاهای شش مدل PSD در اندازه‌های مختلف ذرات. (F = مدل فردلانند، G = مدل گمپرتز، J = مدل جیکی، L = مدل لگاریتمی، E = مدل نمایی و V = مدل ون گنوختن)



شکل ۷. رابطه بین ضرایب تعیین سه مدل PSD فردلانند، ون گنوختن و گمپرتز با درصد رس نمونه‌های خاک. (F = مدل فردلانند، VG = مدل ون گنوختن و G = مدل گمپرتز)



شکل ۸. رابطه بین ضرایب تعیین هفت مدل PSD و نگونختن، فردلاند، گمپرتز، لگاریتمی-نمایی، فراکتال، نمایی و لگاریتمی با درصد شن نمونه‌های خاک. (VG = مدل و نگونختن، F = مدل فردلاند، G = مدل گمپرتز، LE = مدل لگاریتمی-نمایی، FR = مدل فراکتال، E = مدل نمایی و L = مدل لگاریتمی)

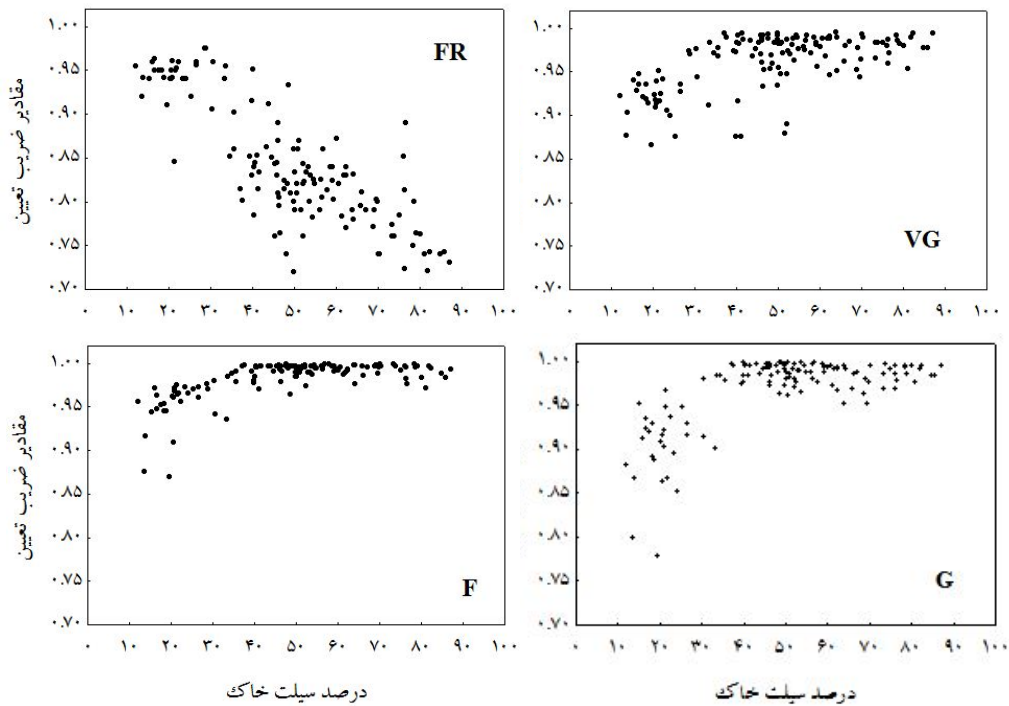
رابطه بین  $R^2$  های چهار مدل فردلاند، گمپرتز و نگونختن و فراکتال با درصد سیلت نمونه‌ها در شکل ۹ آورده شده است. برازش دو مدل فردلاند و گمپرتز در مقدار سیلت بیشتر از ۴۰٪ بهبود یافته درحالی‌که برازش مدل فراکتالی با افزایش مقدار سیلت کاهش یافته است.

### نتیجه‌گیری

نتایج این پژوهش نشان می‌دهند که در مجموع بر اساس معیار  $R^2$  مدل چهار ضریبی فردلاند بهترین برازش را دارد و مقادیر  $R^2$  دو مدل گمپرتز و نگونختن بالاتر از مدل‌های دیگر است.

برای خاک‌های حاوی رس بیشتر از ۵۰٪ خوب نیست. رابطه بین برازش هفت مدل فردلاند، نگونختن، گمپرتز، لگاریتمی، فراکتال، لگاریتمی-نمایی و نمایی با درصد شن نمونه‌های خاک در شکل ۸ آورده شده است. با افزایش درصد شن از ۴۰٪ برازش مدل‌های فردلاند، نگونختن و گمپرتز کاهش یافته است. بر خلاف این سه مدل، برازش سه مدل فراکتال، لگاریتمی-نمایی و نمایی با افزایش شن همواره افزایش یافته است. برازش مدل لگاریتمی نیز تا ۴۰٪ شن افزایش و از آن به بعد کاهش می‌یابد.

برتری مدل فردلاند بر مدل‌های دیگر بر اساس معیار  $AIC$  که برای تعداد پارامتر بیشتر جریمه‌ای اعمال می‌کند، نیز تأیید شد.



شکل ۹. رابطه بین ضرایب تعیین چهار مدل PSD ون گنوختن، فراکتال، گمپرتز و فردلاند با درصد سیلت نمونه‌های خاک. (VG = مدل ون گنوختن، FR = مدل فراکتال، G = مدل گمپرتز و F = مدل فردلاند)

از آنجایی که همه نتایج به دست آمده از این پژوهش با این که در تعداد نمونه کمتری انجام شد با نتایج مطالعات هوانگ (۸) مطابقت دارد، می‌توان نتیجه گرفت که احتمالاً نتایج مدل‌های مورد مطالعه تعمیم‌پذیر هستند. با این حال برای تعیین بهترین مدل PSD به منظور تخمین دقیق‌تر خواص هیدرولیکی خاک، مطالعه مدل‌های مختلف PSD در کلیه کلاس‌های بافت خاک و نیز در مناطق دیگر کشور توصیه می‌شود و پیشنهاد می‌شود که علاوه بر این مدل‌ها، مدل‌های PSD دیگر نیز مورد مطالعه قرار بگیرند.

با بررسی جداگانه برازش مدل‌های مختلف PSD در چهار کلاس بافت لوم سیلتی، لوم رس سیلتی، رس سیلتی و لوم شنی مشخص شد که مدل فردلاند در همه این کلاس‌های بافت بر مدل‌های دیگر ارجحیت دارد بنابراین برای توصیف دامنه کامل توزیع اندازه ذرات خاک آنها توصیه می‌شود.

بافت خاک بر برازش مدل‌های مختلف PSD تأثیر می‌گذارد. برازش مدل‌های فردلاند و گمپرتز با افزایش درصد رس و برازش سه مدل فراکتال، نمایی و لگاریتمی - نمایی با افزایش مقدار شن بهبود یافت. هم‌چنین رابطه معکوسی بین برازش مدل فراکتالی با مقدار سیلت نمونه‌های خاک دیده شد.

#### منابع مورد استفاده

1. Assouline, S., D. Tessier and A. Bruand. 1998. A conceptual model of the soil water retention curve. *Water Resour. Res.* 34: 223-231.
2. Bittelli, M., G. S. Campbell and M. Flury. 1999. Characterization of particle-size distribution in soils with a

- fragmentation model. *Soil Sci. Soc. Amer. J.* 63: 782-788.
3. Buchan, G. D., K. S. Grewal and A. B. Robson. 1993. Improved models of particle-size distribution: An illustration of model comparison techniques. *Soil Sci. Soc. Amer. J.* 57: 901-908.
  4. Fredlund, M. D., D. G. Fredlund and G. W. Wilson. 2000. An equation to represent grain-size distribution. *Can. Geotech. J.* 37: 817-827.
  5. Gimenez, D., W. J. Rawls, Y. Pachepsky and J. P. C. Watt. 2001. Prediction of a pore distribution factor from soil textural and mechanical parameters. *Soil Sci.* 166: 79-88.
  6. Haverkamp, R. and J. Y. Parlange. 1986. Predicting the water retention curve from a particle-size distribution: 1. Sandy soils without organic matter. *Soil Sci.* 142: 325-339.
  7. Hwang, S. I., K. P. Lee, D. S. Lee and S. E. Powers. 2002. Models for estimating soil particle-size distributions. *Soil Sci. Soc. Amer. J.* 66: 1143-1150.
  8. Hwang, S. I. 2004. Effect of texture on the performance of soil particle-size distribution models. *Geoderma* 123: 363-371.
  9. Jaky, J. 1944. *Soil mechanics*. (In Hungarian.) Egyetemi Nyomada, Budapest.
  10. Johnson, N. L. and S. Kotz. 1970. *Distributions in statistics. Continuous Univariate Distributions.*, John Wiley & Sons Pub., New York.
  11. Kolev, B., S. Rouseva and D. Dimitrov. 1996. Derivation of soil water capacity parameters from standard soil texture information for Bulgarian soils. *Ecol. Model.* 84: 315-319.
  12. Kravchenko, A. and R. Zhang. 1998. Estimating the soil water retention from particle-size distribution: a fractal approach. *Soil Sci.* 163: 171-179.
  13. Medina, H., M. Tarawally, A. D. Valle and M. E. Ruiz. 2002. Estimation soil water retention curve in rhodic ferralsols from basic soil data. *Geoderma* 108: 277-285.
  14. Montero, E. 2005. Renyi dimensions of soil particle-size distributions. *Ecol. Model.* 182: 305-315.
  15. Nemes, A., J. H. M. Wostern, A. Lilly and J. H. O. Voshaar. 1999. Evaluation of different procedures to interpolate particle-size distribution to achieve compatibility within soil database. *Geoderma* 90: 187-202.
  16. Posadas, A. N. D., D. Gimenez, M. Bittelli, C. M. P. Vaz and M. Flury. 2001. Multifractal characterization of soils particle-size distributions. *Soil Sci. Soc. Amer. J.* 65: 1361-1367.
  17. Scott, H. D. 2000. *Soil Physics, Agricultural and Environmental Applications*. Iowa State University Press. Ames, Iowa, 410.
  18. Shiozawa, S. and G. S. Campbell. 1991. On the calculation of mean particle diameter and standard deviation from sand, silt and clay fractions. *Soil Sci.* 152:427-431.
  19. Soil Survey Staff. 1996. *Soil Survey Laboratory Methods Manual*. Report No. 42, USDA, NRCS, NCSS, USA.
  20. Skaggs, T. H., L. M. Arya, P. J. Shouse and B. P. Mohanty. 2001. Estimating particle-size distribution from limited soil texture data. *Soil Sci. Soc. Amer. J.* 65:1038-1044.
  21. StatSoft, Inc. 2007. *STATISTICA (data analysis software system)*, version 8.0. [www.statsoft.com](http://www.statsoft.com).
  22. Zhuang, J., Y. Jin and T. Miyazaki. 2001. Estimating water retention characterization from soil particle-size distribution using a non-similar media concept. *Soil Sci.* 166: 308-321.